Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer

Saarbrücken, 23.11.2018

Übungsblatt 3 zur Vorlesung
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2018/2019

Teil 1. Kombinatorik

Aufgabe 1. *(1+1+1 Punkte)* In einem Bücherregal sind 5 Plätze frei.

i) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, 5 verschiedene Bücher aufzustellen?

ii) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 gleiche Bücher auf die 5 Plätze zu verteilen?

iii) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 rote und zwei grüne Bücher aufzustellen, wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 rote, 1 grünes und ein blaues Buch aufzustellen (nur die Farbe zählt)?

Teil 2. Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen

Aufgabe 2. *(4 Punkte)* Sind die folgenden Mengen M_1 und M_2 gleich? Geben Sie die Menge(n) jeweils in Form eines Intervalls oder einer Vereinigung solcher an:

$$\begin{aligned} i) \quad M_1 &= \{x \in \mathbb{R} : \; |x+4| + |x| - x - 8 < 0\} \, , \\ ii) \quad M_2 &= \{x \in \mathbb{R} : \; |x+4| + \big||x| - x\big| - 8 < 0\} \, . \end{aligned}$$

Aufgabe 3. *(3 Punkte)* Es sei $a \geq 1$. Zeigen Sie: Für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\frac{1}{a} \leq x \leq a$ gilt

$$x + \frac{1}{x} \leq a + \frac{1}{a} \, . \qquad \textit{Hinweis.} \text{ Äquivalent formuliert: } x - a \leq \frac{1}{a} - \frac{1}{x} \, .$$

Teil 3. Beschränktheit von Mengen

Aufgabe 4. *(je 1 Punkt)* Beantworten Sie in Tabellenform:

Sind die folgenden Mengen nach oben beschränkt, nach unten beschränkt, beschränkt? Falls ja, geben Sie eine obere und eine untere Schranke an. Bestimmen Sie zudem (falls existent) Supremum, Maximum, Infimum und Minimum der Mengen.

Bitte wenden.

$$M_1 = (a,b] \cup [b,c),\ a < b < c \in \mathbb{R}, \quad M_2 = \left\{\tfrac{1}{n} + n : n \in \mathbb{N}\right\},$$
$$M_3 = \left\{x \in \mathbb{R} - \{0\} : \tfrac{1}{x} > \tfrac{1}{x^2}\right\}, \quad M_4 = \left\{x \in \mathbb{R} - \{0\} : \tfrac{1}{x} \le \tfrac{1}{x^2}\right\},$$
$$M_5 = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| > |x-2|\}.$$

Teil 4. Polynomdivision und Linearfaktoren

Aufgabe 5. (*2+3 Punkte*)

i) Wie in der Vorlesung besprochen, gilt:

Sind $p(x)$ und $q(x)$ Polynome mit $\mathrm{grad}(p) \ge \mathrm{grad}(q) \ge 1$, so gibt es eindeutig bestimmte Polynome $r(x)$, $s(x)$, $\mathrm{grad}(r) < \mathrm{grad}(q)$, mit

$$p(x) = q(x) \cdot s(x) + r(x)\ ,$$

d.h. mit anderen Worten

$$\frac{p(x)}{q(x)} = s(x) + \frac{r(x)}{q(x)}\ , \qquad \mathrm{grad}(r) < \mathrm{grad}(q)\ .$$

Bestimmen Sie diese Zerlegung im Fall

$$\begin{aligned} p(x) &= 2x^4 + 2x^3 - x + 1\ , \\ q(x) &= x^2 - 2x + 1\ . \end{aligned}$$

ii) Ist x_0 eine Nullstelle von $p(x)$ und wählt man $q(x) = x - x_0$, so kann $q(x)$ als Linearfaktor abgespalten werden, d.h. $r(x) = 0$ und $p(x) = s(x)(x - x_0)$. Der Grad von s ist dabei um eines geringer als der von p.

Spalten Sie einen Linearfaktor ab von

(a) $p(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$;
(b) $p(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 18$.

Kann von dem verbleibenden Polynom jeweils wieder ein Linearfaktor abgespalten werden?

Abgabe. Bis Freitag, 30.11.2018, 12.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Bonuspunkte für die Klausur.
1 Bonuspunkt: Mehr als 14 Aufgabenpunkte; 1/2 Bonuspunkt: 8-14 Aufgabenpunkte.

Besprechung. In den Übungsgruppen vom *Fr., 07.12.2018, bis zum Do., 13.12.2018.*

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/bio/bio.html