

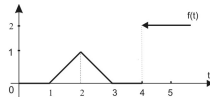


**Analytical Methods for PDEs (SoSe 2018)**

**Hometask N 9**

**Ex. 31** Finden Sie die zweite schwache Ableitung  $f''_w$  für:

- a)  $f(t) = t^2 + 25\theta(t-1) - 3\delta(t+1) + |\sin t|$ ,
- b)  $f(t) = t - [t]$ ,  $[\cdot]$  ist die Abrundungsfunktion,
- c)  $f(t)$  :



**Ex. 32** Zeigen Sie, dass die verallgemeinerten Funktionen  $f, g \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$  übereinstimmen:

- a)  $f(t) = e^t \delta'(t)$ ,  $g(t) = -\delta(t) - \delta'(t)$ ,
- b)  $f(t) = (\sin t * \delta'(t)) \cdot \delta(t)$ ,  $g(t) = \delta(t)$ .

**Ex. 33** Zeigen Sie, dass für jede Funktion  $f \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$  gilt:

- a)  $\widehat{f(t-a)}(\lambda) = e^{-ia\lambda} \widehat{f}(\lambda)$ ,
- b)  $\frac{d}{d\lambda} \widehat{f}(\lambda) = \widehat{(-itf(t))}(\lambda)$ ,
- c)  $\widehat{f'}(\lambda) = i\lambda \widehat{f}(\lambda)$ ,
- d)  $\check{f} = \frac{1}{2\pi} \widehat{f(-\cdot)}$ .

**Ex. 34** Berechnen Sie in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$  bzw.  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ :

- a)  $\left( (33t^2 - 7)e^{11t^3 - 7t} \right) * \theta(t)$ ,
- b)  $\delta_a^{(k)} * \delta_b^{(m)}$ ,  $k, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,
- c)  $\widehat{\delta_a^{(k)}}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

d)  $\widehat{(1 + \cos t \delta)}$ ,

e)  $\widehat{\cos(bt)\delta_a^{(k)}}$ ,  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,

f)  $\widehat{\sin(bt)\delta_a^{(k)}}$ ,  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,

**Ex. 35** Lösen Sie die folgenden Gleichungen in  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ :

a)  $F'' - F = 2\delta_a$ ,

b)  $t^4 F = 0$ ,

c)  $t^4 F' = 0$ .

Hinweis: Es gilt  $F' = 0 \Leftrightarrow F \equiv \text{const}$  in  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ , bzw. in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ .