Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya

Differentialgeometrie I (Kurventheorie) (SS 2013)
Blatt 10

Aufgabe 10.1. (3+4+4=11 Punkte)

Eine Ellipse $E \subset \mathbb{R}^2$ ist definiert durch

$$E := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right\}$$

für zwei positive Zahlen a, b.

a) Finden Sei eine Parametrisierung für E durch eine Kurve γ.

b) Bestimmen Sie die Scheitelpunkte von γ und interpretieren Sie das Ergebnis (auch für $a = b$).

c) Zeigen Sie: Ist eine einfach geschlossene ebene Kurve α konvex, so ändert sich das Vorzeichen ihrer orientierten Krümmung $\varkappa_\alpha$ nicht.

Aufgabe 10.2. (2+4+4+3=13 Punkte)

a) Betrachten Sie für ein $r > 0$ die Raumkurve $\alpha : (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^3$,

$$\alpha(t) := \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4r \cos t \\ 5r(1 - \sin t) \\ -3r \cos t \end{pmatrix}.$$

1. Parametrisieren Sie α nach der Bogenlänge.
2. Bestimmen Sie das Frenet-Dreibein zu α.
3. Zeigen Sie, dass die Spur von α in einer Ebene im $\mathbb{R}^3$ liegt, und bestimmen Sie jene Ebene.

b) Bestimmen Sie die Scheitelpunkte der Kurve $\beta : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$,

$$\beta(t) := \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 3 \cos t \end{pmatrix}.$$

Abgabe: Mittwoch, 10.07.13, vor der Vorlesung in dem Briefkasten in Gebäude E2 5.