

Frauen in der Mathematik

WS 2014/2015

Lektion 4

Universität des Saarlandes

20. November 2014





Marie-Sophie Germain (1776-1831)



Alles abstrakte Wissen, alles Wissen, das trocken ist, davor sei gewarnt, muß dem fleißigen, soliden Geist des Mannes vorbehalten bleiben. Deshalb auch, so wird argumentiert, werden Frauen nie Geometrie lernen.

Immanuel Kant



Marie-Sophie Germain

- 1. April 1776 im Paris geboren
- Vater: Seidenhändler
Mitglied der französischen Nationalversammlung als
Vertreter des 3. Standes (des Bürgertums)
- Familie liberal, gebildet, relativ wohlhabend
- Germain wird zeitlebens von ihrer Familie finanziell unterstützt



Marie-Sophie Germain

- 1789 Französische Revolution

Beginn von Germain's Interesse an der Mathematik

Selbststudium durch Bücher (Montucla, Bézout, Newton, Euler) und später auch durch Hauslehrer



Marie-Sophie Germain

- 1794 Gründung der Ecole Polytechnique in Paris
geöffnet nur für Männer
Germain studiert unter dem Pseudonym
„Antoine-Auguste Le Blanc“.
Sie liest Vorlesungsmanuscripte u.a. von Lagrange
und bearbeitet Aufgaben.
- ab 1798 Arbeit auf dem Gebiet der Zahlentheorie
- ab 1804 Briefwechsel mit Carl Friedrich Gauß (1777-1855)
- ab 1808 Arbeit auf dem Gebiet der Elastizitätstheorie
- 1815 Preis des Institute de France (vormals Académie des Sciences) für ihre Arbeit zur Elastizitätstheorie
- 27. June 1831 Tod



Germain's Werk: Zahlentheorie

- Beschäftigung mit Zahlentheorie auf Anregung ihres Mentors Lagrange
- Studium folgender bedeutender Werke:
 - 1 Legendre: „Essai sur la théorie des nombres“, 1798
 - 2 Gauß: „Disquisitiones arithmeticae“, 1801
- Erst durch Gauß' Werk wurde die Zahlentheorie zu einer eigenständigen Disziplin.
- Sophie Germain ist noch heute bekannt für ihre Beiträge zum Satz von Fermat.



1804-1808 Korrespondenz Germain-Gauß



- auf Initiative von Germain
- zunächst (bis 1807) unter dem Pseudonym Le Blanc
- für Germain die einzige Möglichkeit zum wissenschaftlichen Austausch mit einem kompetenten Partner
- Gauß wird für Germain zum Mentor



1804-1808 Korrespondenz Germain-Gauß

- Gauß nimmt sie ernst
- Gauß schätzt Germain's Wissen und ihre Forschung
- Gauß freut sich über Korrespondenz mit einer Person, die sein Werk verstanden hat
- wenn kein direkter Zusammenhang zu seiner Forschung besteht, antwortet Gauß nur oberflächlich auf Germain's Briefe
- Briefwechsel endet, als Gauß sich anderen Forschungsgebieten zuwendet



Der Satz von Fermat (Pierre de Fermat (1601-1665))

Der Satz von Fermat

Für jede natürliche Zahl $n > 2$ hat die Gleichung

$$x^n + y^n = z^n \quad (*)$$

keine ganzzahligen Lösungen mit $x, y, z \neq 0$.

Bemerkung

Fermat schrieb um 1630 an der Rand seiner Ausgabe von Diophants Arithmetik:

„Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caperet.“

(Ich habe hierfür einen wahrhaft wundebaren Beweis, doch ist dieser Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen.)

[zitiert nach S.Singh: Fermats letzter Satz]

Der Satz von Fermat

- **Beweis des Satzes:** 1994 von Andrew Wiles
- **Spezialfälle:**
 - ① $n = 2$: Gleichung (*) hat unendliche viele Lösungen
 - ② $n = 3$ lückenhafter Beweis von Euler 1770; erster korrekter Beweis von Kausler 1795
 - ③ $n = 4$ Beweis von Fermat selbst; publiziert erstmals von Frénicle de Bessy 1676
 - ④ $n = 5$ Gauß 1863 (nach seinem Tod publiziert)

[nach P. Ribenboim: Fermat's Last Theorem for Amateurs]



Sophie Germain's Beitrag zum Satz von Fermat

$$x^n + y^n = z^n \quad (*)$$

Vorüberlegung

Man kann in (*) ohne Einschränkung von folgendem ausgehen:

- x, y, z teilerfremd
- n ungerade Primzahl (da $n = 4$ schon gelöst)

Traditionelle Fallunterscheidung:

- 1 keine der Zahlen x, y, z ist durch n teilbar
- 2 (genau) eine der Zahl x, y, z ist durch n teilbar



Sophie Germain's Beitrag zum Satz von Fermat

Definition

Eine Primzahl n heißt **Sophie-Germain-Primzahl**, wenn auch $2n + 1$ Primzahl ist.

Satz (von Germain, publiziert von Legendre 1823):

*Ist n eine Sophie-Germain-Primzahl und liegt **Fall 1** vor, so hat (*) keine Lösung.*

In derselben Arbeit findet sich noch ein viel allgemeinerer Satz von Germain, der, u.a. zegt, dass (*) für alle $n < 100$ im **Fall 1** keine Lösung besitzt.



Germain's Werk: Elastizitätstheorie

1808 Vorführungen des deutschen Physikers Ernst Chladni popularisierten die *Chladni-Figuren*: Muster, die auf einer mit Sand bestreuten und dann in Vibration versetzten (Glas)-Platte entstehen



<https://www.youtube.com/watch?v=XQKZqBXq1VQ>



Germain's Werk: Elastizitätstheorie

- 1809** Preisaufgabe des Institut de France : Finde eine mathematische Theorie, welche das Phänomen der Chladni-Figuren beschreibt.
- 1811** Germain reicht als einzige Person eine Lösung ein, sie erhält aber keinen Preis, da ihre Arbeit auf Grund ihrer mangelhaften mathematischen Ausbildung gravierende Fehler enthält.

Grundideen: Verallgemeinerung des eindimensionalen Falls (schwingender Stab); Begriff der *Krümmung*.

- 1813** Zweite Einreichung einer Lösung von Germain. Sie zeigt u.a., dass eine inzwischen von Lagrange vorgeschlagene Differentialgleichung (*Plattengleichung*) in einigen Fälle zu Chladni's Figuren führt. Der Preis wird wieder nicht vergeben, aber Germain erhält eine *Würdigung*.



Germain's Werk: Elastizitätstheorie

1815 Erneute Einreichung einer Lösung. Germain erhält den Preis, trotz nach wie vor vorhandener Mängel. Zur Preisverleihung erscheint sie nicht, wohl u.a. wegen Differenzen mit dem Institutsmitglied Poisson.

Germain's Arbeiten zu den Chladni-Figuren legten einen Grundstein für die Entwicklung der Elastizitätstheorie.



Sophie Germain als Frau in der Wissenschaft

- keine formale Ausbildung, daher hinter Männern zurück
- als Frau kein Zugang zu wissenschaftlichen Institutionen
- Lagrange und Gauß als Mentoren. Diese lieferten Motivation und Aufgabenstellungen, aber wenig konstruktive Kritik
- eigenständige Forschung
- Publikation in Fachzeitschriften
- keine wirkliche Integration in die Wissenschaftlergemeinde
- kein akademischer Grad, Mathematik nicht als Beruf



Sophie Germain als Frau in der Wissenschaft

- Anerkennung: Preis des Institut de France
- Eingang in die Mathematikgeschichte



Quellen:

-  M. Alic
Hypatias Töchter
Unionsverlag, Zürich, 2. Auflage 1991
- ▶ A. Blank
Folien zu Mary-Sophie Germain
<http://www.math.uni-hamburg.de/home/blunck/frauen>
- ▶ J.P. Campillo
Figuras de Chladni / Chladni figures
<https://www.youtube.com/watch?v=XQKZqBXq1VQ>

