Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 4

Aufgabe 1. (je 1 Punkt)

i) Es seien a, $b \in \mathbb{R}$. Gibt es eine beschränkte Funktion $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ mit einem Maximierer und ohne einen Minimierer in (a,b).

ii) Es seien a, $b \in \mathbb{R}$. Gibt es eine unbeschränkte Funktion $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ ohne einen Maximierer und mit einem Minimierer in (a,b).

iii) Beantworten Sie i) und ii), falls (a,b) durch $[a,b]$ ersetzt wird.

iv) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine gerade, monotone Funktion. Zeigen Sie, dass f konstant sein muss.

v) Geben Sie ein Beispiel für eine ungerade, monotone Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die nicht konstant ist.

Aufgabe 2. (5 Punkte) Bestimmen Sie (falls die Menge nach oben oder nach unten beschränkt ist) das Supremum und das Infimum der Mengen

$$M_1 = (a,b],\ a,b \in \mathbb{R}, \qquad M_2 = \left\{\tfrac{1}{n} - n : n \in \mathbb{N}\right\},$$
$$M_3 = \left\{x \in \mathbb{R} - \{0\} : \tfrac{1}{x} > \tfrac{1}{x^2}\right\}, \qquad M_4 = \left\{x \in \mathbb{R} : |x-2| \geq |x-1|\right\}.$$

Gehören das Supremum bzw. das Infimum zu der Menge?

Aufgabe 3. (5 Punkte) Zeigen Sie Satz 3.2.1 der Vorlesung (Lagrangesche Darstellung des Interpolationspolynoms).

Aufgabe 4. (2.5+2.5 Punkte)

i) Gegeben sei folgende Wertetabelle:

j	0	1	2
x_j	0	1	3
y_j	3	1	2

Es sei $p_2(x)$ das Interpolationspolynom zu den Stützstellen x_j mit Werten y_j, $0 \leq j \leq 2$. Berechnen Sie $p_2(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung.

ii) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (5, 3)$ hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie $p_3(x)$ mittels der Lagrangeschen Darstellung).

Abgabe: Bis Donnerstag, 25.11.2010, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html