Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 8

Aufgabe 1. (2 Punkte) Zeigen Sie für $r \geq 2$ die Konvergenz von $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^r}$.

Aufgabe 2. (je 1 Punkt) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{3^k}$;

ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^3}$;

iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \Big(1 - \frac{1}{n}\Big)$;

iv) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n^2}\Big)$;

v) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}\Big)$;

vi) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4}\Big)$;

vii) $\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \Big(\frac{1}{j}\Big)^{\frac{1}{2}}$;

viii) $\displaystyle\sum_{j=3}^{\infty} \frac{1+j}{j^2-4}$.

Bitte wenden.

Aufgabe 3. (3+2 Punkte)

i) Es sei $\{f_n\}$ die Funktionenfolge mit f_n: $[0, 1/2] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) := x^n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und für alle $x \in [0, 1/2]$. Ist die Folge punktweise konvergent? Wenn ja, wie lautet der Grenzwert? Ist die Folge gleichmäßig konvergent?

ii) Es sei $\{f_n\}$ die Funktionenfolge mit f_n: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) := (1 + x^{2n})^{-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und für alle $x \in \mathbb{R}$. Ist die Folge punktweise konvergent? Wenn ja, wie lautet der Grenzwert?

Aufgabe 4. (2.5+2.5 Punkte) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert jeweils die Potenzreihe

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n}}(x-1)^n$,

ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}(x+2)^n$?

Abgabe: Bis Donnerstag, 06.01.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html

Wir wünschen Ihnen

Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr!!!