Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure I, Blatt 9

Aufgabe 1. (2.5+2.5 Punkte)

i) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert jeweils die Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} n x^n$?

ii) Skizzieren Sie die Funktionen a^x und $\log_a(x)$ jeweils im Fall $0 < a < 1$ und $1 < a$.

Aufgabe 2. (4×1.25 Punkte) Zeigen Sie (a, b, $x > 0$, α, $\beta \in \mathbb{R}$):

i) $\log_a(x) = \frac{1}{\ln(a)} \ln(x)$ $(a \neq 1)$;

ii) $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$ $(a,\, b \neq 1)$;

iii) $x^{\alpha\beta} = (x^\alpha)^\beta$;

iv) $\ln(x^\alpha) = \alpha \ln(x)$.

Aufgabe 3. (1+2+2 Punkte) Es sei $k \in \mathbb{N}_0$ fixiert. Zeigen Sie:

i) $\exp(n) > \dfrac{n^{(k+1)}}{(k+1)!}$;

ii) $\lim_{n\to\infty} n^{-k} \exp(n) = \infty$;

iii) $\lim_{n\to\infty} n^{k} \exp(-n) = 0$.

(Dabei sagt man: Eine Zahlenfolge $\{a_n\}$ strebt gegen ∞ ($\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$), wenn es zu jedem $M > 0$ ein $N \in \mathbb{N}$ gibt, sodass $M < a_n$ für alle $n > N$.)

Aufgabe 4. (2+3 Punkte) Es ist $\cosh(x) := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und $\sinh(x) := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

i) Wie lauten die Reihendarstellungen? Skizzieren Sie die Funktionen.

ii) Zeigen Sie die Funktionalgleichungen

$$\begin{aligned}
\sinh(x+y) &= \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y);\\
\cosh(x+y) &= \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y);\\
\cosh^2(x) - \sinh^2(x) &= 1.
\end{aligned}$$

Abgabe: Bis Donnerstag, 13.01.2011, 14.00 Uhr, Briefkästen (direkt vor dem Geschäftszimmer), Geb. E2 4.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag-fuchs/HMI1/hmi1.html