Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure IV a, Blatt 5
Höhere Mathematik für Ingenieure IV a plus IV b, Blatt 10

Aufgabe 1. (1.5+1.5+2 Punkte) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes $\int_{\kappa_1(0)} f(z)\, \mathrm{d}z$, falls

$$f(z) = \frac{\exp(z)}{z^k}\,, \quad k \in \mathbb{N}\,; \qquad f(z) = \frac{1-z}{z^k}\,, \quad k \in \mathbb{N}\,; \qquad f(z) = \frac{\cos(z)-1}{z^3}\,.$$

Aufgabe 2. (2+1+2 Punkte)

i) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\exp(z)\cos(z)}{z}\, \mathrm{d}z\,.$$

Berechnen Sie das gleiche Kurvenintegral dann mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel.

ii) Bestimmen Sie die Ordnung der Polstelle $z_0 = 0$ für

$$f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}\,.$$

iii) Bestimmen Sie den Hauptteil der Laurent-Reihe von

$$f(z) = \frac{e^z}{z-1}$$

auf einer punktierten Kreisscheibe um den Punkt $z_0 = 1$.

Aufgabe 3. (1+4 Punkte) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\pi^2 x}{12}\Big(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\Big) \quad \text{für} \quad -\pi \le x < \pi$$

und $f(x) = f(x + 2\pi)$, d.h. f sei 2π-periodisch.

i) Skizzieren Sie f. Deuten Sie dabei insbesondere die Lage der Extremwerte und Nullstellen von f an.

ii) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von f.

bitte wenden

Aufgabe 4. (3+2 Punkte)

i) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die 2π-periodische Funktion mit

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{für} \quad -\pi \le x < 0 \,, \\ x^2 & \text{für} \quad 0 \le x < \pi \,. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von f.

ii) Es seien g, $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die 2π-periodischen Funktionen $g(x) = |x|$ für $-\pi \le x < \pi$,

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad -\pi \le x \le -\pi/2 \,, \\ 1/2 & \text{für} \quad -\pi/2 < x < 0 \,, \\ 0 & \text{für} \quad x = 0 \,, \\ -1 & \text{für} \quad 0 < x < \pi \,. \end{cases}$$

Gegen welche Funktionen konvergieren die Fourier-Reihen von g bzw. h?

Abgabe. Bis Di., 06.07.2010, Briefkasten am Eingang des Hörsaalgebäudes E2.5, **Leerung 8.30**.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI4/hmi4.html