Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Universität des Saarlandes
P.D. Dr. Michael Bildhauer
Dr. Dominic Breit

Höhere Mathematik für Ingenieure IV a, Blatt 4
Höhere Mathematik für Ingenieure IV a plus IV b, Blatt 8

Aufgabe 1. (5 Punkte)

i) Bestimmen Sie (falls konvergent) die Laurent-Reihe der Funktion $f(z) = 1/z$ auf der gelochten Kreisscheibe $B'_r(z_0)$ mit

$$i)\ z_0 = 0,\ r = 1; \quad ii)\ z_0 = 2,\ r = 1; \quad iii)\ z_0 = i,\ r = 2.$$

ii) Bestimmen Sie die Laurent-Reihe der Funktion $f(z) = e^z/z^2$ auf einer gelochten Kreisscheibe um den Nullpunkt.

iii) Finden Sie eine Laurent-Reihe, die genau auf $A_{0,2}(i)$ (Notation der Vorlesung) konvergiert.

Aufgabe 2. (10 Punkte) Es sei

$$f(z) = \frac{1}{1-z}\frac{1}{1-cz}\ , \qquad c = \frac{3}{4}i\ .$$

i) Finden Sie Konstanten A, $B \in \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \frac{A}{1-z} + \frac{B}{1-cz}\ .$$

ii) Bestimmen Sie den Hauptteil der Laurent-Reihe auf einer punktierten Kreisscheibe um den Punkt $z_0 = \frac{1}{c}$. Wie groß kann der Radius der punktierten Kreisscheibe gewählt werden?

iii) Bestimmen Sie das Residuum von f in allen Singularitäten.

iv) Berechnen Sie (Notation der Vorlesung) $\int_\gamma f(z)\, \mathrm{d}z$ für

(a) $\gamma = \kappa_{1/2}(0)$;
(b) $\gamma = \kappa_{5/4}(0)$;
(c) $\gamma = \kappa_2(0)$.

Aufgabe 3. (5 Punkte) Charakterisieren Sie jeweils alle Singularitäten von:

$$i)\ f(z) = \frac{2}{z+i-1}; \quad ii)\ f(z) = \frac{1}{(z-i)^2(z+2i)}; \quad iii)\ f(z) = \frac{z+1}{z^2-1};$$
$$iv)\ f(z) = \frac{1}{z(z+i)}\sin(z); \quad v)\ f(z) = \sin(1/z) + 1/z.$$

Abgabe. Bis Di., 22.06.2010, Briefkasten am Eingang des Hörsaalgebäudes E2.5, **Leerung 8.30**.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/HMI4/hmi4.html