

Höhere Mathematik für Ingenieure IV B (SoSe 2015)  
Blatt 5

---

**Aufgabe 1 (1+1+2=4 Punkte)**

Es sei

$$f(z) = \frac{2 + i + z}{(z + i)(2 + z)}.$$

- (i) Finden Sie Konstanten  $A, B \in \mathbb{C}$  mit  $f(z) = \frac{A}{z+i} + \frac{B}{2+z}$ .
- (ii) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  konvergiert die Taylorreihe von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ ?
- (iii) Berechnen Sie die Taylorreihe von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ .

**Aufgabe 2 (3+2=5 Punkte)**

- (i) Bestimmen Sie (falls konvergent) die Laurent-Reihe der Funktion  $f(z) = \frac{1}{z}$  auf der gelochten Kreisscheibe  $B'_r(z_0)$  mit

$$(a) z_0 = 0, r = 1, \quad (b) z_0 = 2, r = 1, \quad (c) z_0 = i, r = 2.$$

- (ii) Bestimmen Sie die Laurent-Reihe der Funktion  $f(z) = \frac{e^z}{z^2}$  auf einer gelochten Kreisscheibe um den Nullpunkt.

**Aufgabe 3 (2+2+2=6 Punkte)**

Die Funktion  $f$  sei gegeben durch ( $z \in \mathbb{C} - \{-1, 1, 3\}$ )

$$f(z) = \frac{1}{1 - z^2} + \frac{1}{3 - z}.$$

Bestimmen Sie die Laurent-Entwicklung von  $f$

- (a) im Kreisring  $1 < |z| < 3$ ,
- (b) im Kreisring  $1 < |z - 2| < 3$ ,
- (c) um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ , die im Punkt  $w_0 = 1 + 3i$  konvergiert.

**Abgabe:** Dienstag, den 07.07., bis 14 Uhr in die Briefkästen in Gebäude E2 5.