Universität des Saarlandes Fachrichtung 6.1 – Mathematik

Prof. Dr. Martin Fuchs Christian Tietz, M.Sc.



Höhere Mathematik für Ingenieure IV B (SoSe 2015) Blatt 6

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Charakterisieren Sie jeweils alle Singularitäten von

(i)
$$f(z) = \frac{2}{z+i-1}$$
,

(ii)
$$f(z) = \frac{1}{(z-i)^2(z+2i)}$$
,

(iii)
$$f(z) = \frac{z+1}{z^2-1}$$
,

(iv)
$$f(z) = \frac{1}{z(z+i)} \sin(z)$$
,

(v)
$$f(z) = \sin(1/z) + 1/z$$
.

Aufgabe 2 (1,5+1,5+2=5 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes $\int\limits_{\kappa_1(0)} f(z)dz$, falls

$$f(z) = \frac{\exp(z)}{z^k}$$
, $k \in \mathbb{N}$; $f(z) = \frac{1-z}{z^k}$, $k \in \mathbb{N}$; $f(z) = \frac{\cos(z)-1}{z^3}$.

Aufgabe 3 (1+1+3=5 Punkte)

- (i) Es sei $f(z) = \frac{1}{i-z}$. Berechnen Sie die Laurent-Reihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ auf $A_{1,2}(0)$.
- (ii) Bestimmen Sie die Ordnung der Polstelle $z_0 = 0$ für $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2}$.
- (iii) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\sin(z)}{z^2} dz.$$

Berechnen Sie das gleiche Kurvenintegral dann mit Hilfe des Cauchyschen Integralsatzes

Zusatzaufgabe (10 Punkte)

Berechnen Sie das folgende Integral mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\sin(z)}{z^4(z^2+1)} dz.$$

Abgabe: Dienstag, den 21.07., bis 14 Uhr in die Briefkästen in Gebäude E2 5.

Bitte denken Sie an die HISPOS-Anmeldung. Eine Anmeldung ist nur noch bis zum 28.07. möglich!!!