Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Prof. Dr. Martin Fuchs
Christian Tietz, M.Sc.

Höhere Mathematik für Ingenieure IV B (SoSe 2016)
Blatt 4

Notation: $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$ seien fixiert und es sei $\kappa_r(z_0)(t) := z_0 + re^{it}, t \in [0, 2\pi]$.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie mithilfe der Cauchyschen Integralformel die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int_{\kappa_{1/2}(0)} \frac{\exp(z)}{z^3(1-z)} dz.$

(b) $\displaystyle\int_{\kappa_2(0)} \frac{\sin(z)}{z+i} dz.$

(c) $\displaystyle\int_{\kappa_r(0)} \frac{1}{(z-a)^n(z-b)^m} dz, \quad a, b \in \mathbb{C} \text{ mit } |a| < r < |b|, m, n \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sei f eine in einer offenen Umgebung der abgeschlossenen Kreisschreibe $\overline{D_1(0)}$ holomorphe Funktion. Welche (holomorphe) Funktion wird durch

$$z \mapsto \int_{\kappa_1(0)} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

auf $\mathbb{C} - \overline{D_1(0)}$ dargestellt?(Begründung!)

Zusatzaufgabe (10 Punkte)

Sei $\mathbb{T} := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$. Zeigen Sie, dass durch

$$g : \mathbb{C} - \mathbb{T} \to \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{2\pi i} \int_{\kappa_1(0)} \frac{d\xi}{\xi(\xi - z)}$$

eine holomorphe Funktion definiert wird, und bestimmen Sie diese.

Abgabe: Freitag, den 17.06., bis 12 Uhr in die Briefkästen in Gebäude E2 5.