



Übungen zur Vorlesung  
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b  
Sommersemester 2017

Blatt 5

Abgabetermin: 03.07.2017

---

**Aufgabe 1**

(1+1+2=4 Punkte)

Es sei

$$f: \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{2+i+2z}{(z+i)(2+z)}.$$

- (i) Finden Sie Konstanten  $A, B \in \mathbb{C}$ , sodass  $f(z) = A/(z+i) + B/(2+z)$  für alle  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\}$ .
  - (ii) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  konvergiert die Taylorreihe von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ ?
  - (iii) Berechnen Sie die Taylorreihe von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ .
- 

**Aufgabe 2**

(3+2=5 Punkte)

- (i) Bestimmen Sie (falls konvergent) die Laurent-Reihe der Funktion  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto 1/z$  auf der gelochten Kreisscheibe  $B'_r(z_0)$  mit
    - (a)  $z_0 = 0, r = 1$ ,
    - (b)  $z_0 = 2, r = 1$ ,
    - (c)  $z_0 = i, r = 2$ .
  - (ii) Bestimmen Sie die Laurent-Reihe der Funktion  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto e^z/z^2$  auf einer gelochten Kreisscheibe um den Nullpunkt.
- 

**Aufgabe 3**

(2+2+2=6 Punkte)

Es sei

$$f: \mathbb{C} \setminus \{-1, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}.$$

Bestimmen Sie die Laurent-Entwicklung von  $f$

- (i) im Kreisring  $1 < |z| < 3$ ,
  - (ii) im Kreisring  $1 < |z-2| < 3$ ,
  - (iii) um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 1$ , die im Punkt  $w_0 = 1 + 3i$  konvergiert.
-