

**Übungen zur Vorlesung “Höhere Mathematik für Ingenieure IV A” SoSe 2019,  
Blatt 7 (freiwillig)**

Abgabe: 19.07.2019. Versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen.

---

**Aufgabe 16.**

Führen Sie drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation für die folgenden Anfangswertprobleme durch:

- a)  $y' = y + e^{y-1}; \quad y(0) = 1.$
- b)  $y'_1 = 2x + y_2, \quad y'_2 = y_1; \quad y_1(1) = 1, \quad y_2(1) = 0.$
- c)  $y'' + y'^2 - 2y = 0; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

**Aufgabe 17.**

Zeigen Sie die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung für  $x \in [0, 1]$  und führen Sie drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation für die folgenden Anfangswertprobleme durch:

- a)  $y' = xy + 1; \quad y(0) = 0.$
- b)  $y' = (y + 1) \cos x; \quad y(0) = 0.$

**Aufgabe 18.**

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y'(x) = xy + 1; \quad y(0) = 0.$$

- a) Überprüfen Sie, ob das Problem für  $x \in [0, 1]$  korrekt gestellt ist.
- b) Berechnen Sie  $y(1/2)$  näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite  $h = 0.1$ .

### Aufgabe 19.

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x + y; \quad y(0) = 1.$$

- a) Berechnen Sie  $y(1)$  näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite  $h = 0.2$ .
- b) Berechnen Sie  $y(1)$  näherungsweise mit Hilfe des impliziten Eulerschen Verfahrens (d.h. mit der impliziten Rekursion  $y_{k+1} = y_k + hF(x_{k+1}, y_{k+1})$ ) und der konstanten Schrittweite  $h = 0.2$ .
- c) Berechnen Sie  $y(1)$  näherungsweise mit Hilfe des Verfahrens von Heun (d.h. mit der Rekursion  $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(F(x_k, y_k) + F(x_k + h, y_k + hF(x_k, y_k)))$ ) und der konstanten Schrittweite  $h = 0.2$ .
- d) Lösen Sie das Anfangswertproblem analytisch. Welches Verfahren ergibt die beste Näherung für die exakte Lösung  $y(x)$  an der Stelle  $x = 1$ ?

---

Die Übungsblätter sind auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>