Universität des Saarlandes
Fachrichtung Mathematik
PD Dr. Yana Kinderknecht

Aufgaben zur Vorbereitung für die Klausur
zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV A (SoSe 2019)

Diese Aufgaben sind freiwillig und müssen nur als Hilfsmittel zur Vorbereitung für die Klausur betrachtet werden.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Ordnung und den Typ der gegebenen gewöhnlichen Differentialgleichungen. Finden Sie die allgemeinen Lösungen, oder lösen Sie die Anfangswertprobleme, falls gegeben.

1. $(x^2-1)y' + 2xy^2 = 0, \quad y(0) = 1.$
2. $y' - xy^2 = 2xy.$
3. $y' = \cos(y-x).$
4. $y' = \sqrt{4x+2y-1}.$
5. $(y^2-2xy)\,dx + x^2\,dy = 0.$
6. $y^2 + x^2y' = xyy'.$
7. $xy' = y - xe^{y/x}.$
8. $(y+\sqrt{xy})dx = x\,dy.$
9. $xy' = \sqrt{x^2-y^2} + y.$
10. $(2x+y+1)dx - (4x+2y-3)dy = 0.$
11. $xy' - 2y = 2x^4.$
12. $(2x+1)y' = 4x+2y.$
13. $(xy+e^x)dx - x\,dy = 0.$
14. $2x(x^2+y)dx = dy.$
15. $(2x+y)dy = y\,dx + 4\ln y\,dy.$
16. $y' = \frac{y}{3x-y^2}.$
17. $2xy\,dx + (x^2-y^2)dy = 0.$
18. $\frac{3x^2+y^2}{y^2}dx - \frac{2x^3+5y}{y^3}dy = 0.$

19. $(1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x \, dy = 0.$

20. $x^2 y'' = (y')^2.$

21. $y^3 y'' = 1.$

22. $y'' = e^y.$

23. $yy'' + 1 = (y')^2.$

24. $(y')^2 = (3y - 2y')y''.$

25. $yy'' + y = (y')^2.$

26. $y'' + 2y' + y = x(e^{-x} - \cos x), \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

27. $y'' + 2y' + 10y = 1, \qquad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2.$

28. $y' = x^2 + y, \qquad y(0) = -1.$

29. $y''' + y' = 1, \qquad y''(0) = y'(0) = y(0) = 0.$

30. $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x}, \qquad y'(0) = y(0) = 0.$

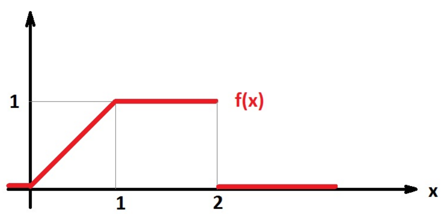
31. $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}, \qquad y'(0) = y(0) = 0.$

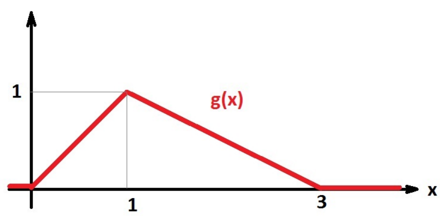
32. $y'' + 9y = f(x), \quad y'(0) = y(0) = 0.$

33. $y'' + 9y = g(x), \quad y'(0) = y(0) = 0.$

34. $y'' - 2y' + y = f(x), \quad y'(0) = y(0) = 0.$

35. $y'' - 2y' + y = g(x), \quad y'(0) = y(0) = 0.$





Aufgabe 2

Gegeben ist das Anfangswertproblem

$$y' = 2y + 3x^2 + 1, \qquad y(0) = 1.$$

1. Ist das Problem korrekt gestellt?
2. Führen Sie drei Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation durch (Als Ergebnis erhalten Sie eine Näherungslösung $y_3(x)$). Bestimmen Sie $y_3(x)$ an der Stelle $x = 1$.
3. Berechnen Sie die explizite Lösung $y(x)$ an der Stelle $x = 1$ näherungsweise mit Hilfe des Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite $h = 1/3$.
4. Berechnen Sie die explizite Lösung $y(x)$ an der Stelle $x = 1$ näherungsweise mit Hilfe des impliziten Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite $h = 1/3$.
5. Berechnen Sie die explizite Lösung $y(x)$ an der Stelle $x = 1$ näherungsweise mit Hilfe des verbesserten Eulerschen Polygonzugverfahrens und der konstanten Schrittweite $h = 1/3$.
6. Berechnen Sie die explizite Lösung $y(x)$ an der Stelle $x = 1$ näherungsweise mit Hilfe des Verfahrens von Heun und der konstanten Schrittweite $h = 1/3$.
7. Finden Sie die exakte Lösung $y(x)$ des Anfangswertproblems und bestimmen Sie $y(1)$. Welches Verfahren (unter 2. - 6.) ergibt die beste Näherung für $y(1)$?

Viel Erfolg!