Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. Darya Apushkinskaya
Dr. Oliver Schirra

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II

Sommersemester 2010

Blatt 11 Abgabe: Donnerstag, 15.07.2010, bis 10:15 Uhr, Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E2 5

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Aufgabe 11.1 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass das lineare System

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_1 \\ y_2' &= y_1 - y_2 \ , \\ y_3' &= y_2 \end{aligned}$$

oder kurz

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y},$$

die linear unabhängigen Lösungen

$$\vec{f}(x) = \begin{pmatrix} e^{-x} \\ xe^{-x} \\ 1-(x+1)e^{-x} \end{pmatrix}, \quad \vec{g}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-x} \\ 1-e^{-x} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{h}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

besitzt.

Aufgabe 11.2. (5 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'' + \frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2} = 0 \quad (x \in \mathbb{R}^+).$$

Für welche ganzen Zahlen z ist die Funktion $x \mapsto x^z$ eine Lösung dieser Differentialgleichung? Geben Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung an und bestimmen Sie diejenige Lösung y mit $y(1) = 2$ und $y'(1) = 1$.

Aufgabe 11.3. (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$3y'' - 4y' + 2y = 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

(*Hinweis*: Eine partikuläre Lösung dieser inhomogenen linearen Gleichung lässt sich leicht durch Raten ermitteln.)

Aufgabe 11.4. (5 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + y' + \alpha y = 0$$

in Abhängigkeit des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$.

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

`http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/`