



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II
Sommersemester 2010

Blatt 7

Abgabe: Donnerstag, 17.06.2010, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Aufgabe 7.1 (2+2+4=8 Punkte)

Gegeben sei die Abbildung

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 5x_3 \\ 4x_1 - x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 14x_3 \end{pmatrix}.$$

- Zeigen Sie, dass φ eine lineare Abbildung ist.
 - Bestimmen Sie eine 3×3 -Matrix A mit $\varphi(\vec{x}) = A\vec{x}$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.
 - Berechnen Sie $\text{Ker } \varphi := \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 : \varphi(\vec{x}) = 0\}$, den sog. **Kern** von φ .
-

Aufgabe 7.2. (2+3=5 Punkte)

- Seien A eine $n \times k$ -Matrix und B eine $n \times n$ -Matrix. Wenn $AB = \mathbb{O}$ ist, ist dann notwendig eine der beiden Matrizen A, B die Nullmatrix? (Beweis oder Gegenbeispiel).
 - Die Matrizenmultiplikation ist bekanntlich nicht kommutativ. Finden Sie 3×3 -Matrizen A und B mit $AB = \mathbb{O}$ und $BA \neq \mathbb{O}$.
-

Aufgabe 7.3. (3×3=9 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung(en) der folgenden linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens oder des Cramerschen Determinantenverfahrens:

$$\begin{array}{l} 2x + y - 2z = 10 \\ \text{a) } 3x + 2y + 2z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + 2y - 3z = 6 \\ \text{b) } 2x - y + 4z = 2 \\ 4x + 3y - 2z = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + 2y - 3z = -1 \\ \text{c) } 3x - y + 2z = 7 \\ 10x + 6y - 8z = 5 \end{array}$$

Aufgabe 7.4. (4+4=8 Punkte)

Untersuchen Sie, für welche Werte von $k \in \mathbb{R}$ die folgenden linearen Gleichungssysteme genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen besitzen. Geben Sie in den Fällen, für welche Lösungen existieren, diese an.

$$\begin{array}{l} x + y + k \cdot z = 2 \\ \text{a) } 3x + 4y + 2z = k \\ 2x + 3y - z = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + 2y + k \cdot z = 1 \\ \text{b) } 2x + k \cdot y + 8z = 3 \end{array}$$

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>