



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II
Sommersemester 2010

Blatt 9

Abgabe: Donnerstag, 01.07.2010, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E2 5

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Aufgabe 9.1 (4 Punkte)

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{x}.$$

Skizzieren Sie in dem Punkteraster $\{(x, y) : x = -2, -1, 0, 1, 2 \text{ und } y = -2, -1, 0, 1, 2\}$ das Richtungsfeld dieser Differentialgleichung. Versuchen Sie, ausgehend davon die allgemeine Lösung der Differentialgleichung zu erraten. Welche Funktion der Lösungsschar geht durch den Punkt $(1, 2)$?

Aufgabe 9.2. (6×2=12 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Funktionenscharen parameterfreie Differentialgleichungen an, deren allgemeine Lösung die jeweilige Funktionenschar enthält:

- a) $y(x) = e^{ax}$ ($a \in \mathbb{R}, x \neq 0$)
 - b) $y(x) = a^x$ ($a > 0, x > 0$)
 - c) $y(x) = e^x(ax + b)$ ($a, b \in \mathbb{R}$)
 - d) $y(x) = a \sin(bx + c)$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$)
 - e) $y(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) (quadratische Parabeln)
 - f) $y(x) = -\frac{b}{a}x + b$ (Geradenschar mit $a \neq 0$ und b so, dass $a + b = 1$)
-

Aufgabe 9.3. (4×2=8 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen.

- a) $n'(t) = -\alpha n(t)$ (Radioaktiver Zerfall)
- b) $x'(t) = \alpha[A - x(t)]$ (Reaktion erster Ordnung)
- c) $n'(t) = \alpha n(t) - \beta n(t)^2$ (Wachstum mit Hemmung)
- d) $n'(t) = \lambda n(t)[N - n(t)]$ (Virusausbreitung)

Diskutieren Sie die Lösungen im Hinblick darauf, inwieweit sie im konkreten Modell sinnvoll sind.

Aufgabe 9.4. (3+3+4=10 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen.

- a) $xyy' = 1 - x^2$
 - b) $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$
 - c) $y' = \cos(x - y)$ (*Hinweis:* Betrachten Sie $u = x - y$)
-

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>