UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Martin Fuchs
Dr. Dominik Schillo

Übungen zur Vorlesung
Minimalflächen

Wintersemester 2018/19

Blatt 5 **Besprechung:** 25.01.2019

Übung 1.

Zeigen Sie, dass sich die mittlere Krümmung H einer konform parametrisierten Fläche $S = F(\Omega)$ mit einer C^2-Funktion F durch

$$H = \frac{N \cdot \Delta F}{2\left|\partial_1 F\right|^2}$$

berechnen lässt.

Übung 2.

Seien $F, G \colon \Omega \to \mathbb{R}^3$ konforme Parametrisierungen von Minimalflächen $F(\Omega)$ und $G(\Omega)$ mit einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Falls $F + iG$ eine holomorphe Funktion ist, nennt man F und G konjugierte Minimalflächen.

(i) Zeigen Sie, dass Helikoid und Katenoid parametrisiert durch

$$F(u, v) = (a\cosh(v)\cos(u), a\cosh(v)\sin(u), av)$$

und

$$G(u, v) = (-a\sinh(v)\sin(u), a\sinh(v)\cos(u), -au)$$

mit $a > 0$ konjugierte Minimalflächen sind.

(ii) Seien zwei konjugierte Minimalflächen $F(\Omega)$ und $G(\Omega)$ gegeben. Beweisen Sie, dass

$$H_t = \cos(t)F + \sin(t)G$$

für $t \in \mathbb{R}$ ebenfalls eine konform parametrisierte Minimalfläche ist.