UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Martin Fuchs
Dr. Dominik Schillo

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b
Sommersemester 2019

Blatt 4 (Gesamtpunktzahl: 19 P.) **Abgabetermin:** Freitag, 14.06.2019, 12:00

Für $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$ definieren wir

$$\kappa_r(z_0)\colon [0, 2\pi) \to \mathbb{C},\ t \mapsto z_0 + re^{it}.$$

Übung 1. 5 P.

Sei f eine in einer offenen Umgebung der abgeschlossenen Kreisscheibe $\overline{B_1(0)}$ holomorphe Funktion. Welche (holomorphe) Funktion wird durch

$$z \mapsto \int_{\kappa_1(0)} \frac{f(\xi)}{\xi - z} \mathrm{d}\xi$$

auf $\mathbb{C} \setminus \overline{B_1(0)}$ dargestellt? (Begründung!)

Übung 2. 10 P.

Sei $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C}\ ;\ |z| = 1\}$. Zeigen Sie, dass durch

$$g\colon \mathbb{C} \setminus \mathbb{T} \to \mathbb{C},\ z \mapsto \frac{1}{2\pi i} \int_{\kappa_1(0)} \frac{1}{\xi(\xi - z)} \mathrm{d}\xi$$

eine holomorphe Funktion definiert wird, und bestimmen Sie diese.

Übung 3. 4 P.

Es sei

$$f\colon \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\} \to \mathbb{C},\ z \mapsto \frac{2 + i + 2z}{(z + i)(2 + z)}.$$

(i) (1 P.) Finden Sie Konstanten $A, B \in \mathbb{C}$, sodass $f(z) = A/(z + i) + B/(2 + z)$ für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\}$.

(ii) (1 P.) Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 1$?

(iii) (2 P.) Berechnen Sie die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 1$.