



Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b
Sommersemester 2019

Blatt 6 (Gesamtpunktzahl: 15 P.)

Abgabetermin: Freitag, 12.07.2019, 12:00

Übung 1.

5 P.

Charakterisieren Sie jeweils alle Singularitäten von

(i) (1 P.) $f(z) = \frac{2}{z+i-1}$,

(ii) (1 P.) $f(z) = \frac{1}{(z-i)^2(z+2i)}$,

(iii) (1 P.) $f(z) = \frac{z+1}{z^2-1}$,

(iv) (1 P.) $f(z) = \frac{1}{z(z+i)} \sin(z)$,

(v) (1 P.) $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{z}$.

Übung 2.

5 P.

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes $\int_{\kappa_1(0)} f(z) dz$, falls

(i) (1.5 P.) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\exp(z)}{z^k}$, $k \in \mathbb{N}$,

(ii) (1.5 P.) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{1-z}{z^k}$, $k \in \mathbb{N}$,

(iii) (2 P.) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\cos(z)-1}{z^3}$.

Übung 3.

5 P.

(i) (1 P.) Es sei $f: \mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{1}{i-z}$. Berechnen Sie die Laurent-Reihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ auf $A_{1,2}(0)$.

(ii) (1 P.) Bestimmen Sie die Ordnung der Polstelle $z_0 = 0$ für $g: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{\sin(z)}{z^2}$.

(iii) (3 P.) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\sin(z)}{z^2} dz.$$

Berechnen Sie das gleiche Kurvenintegral dann mit Hilfe des Cauchyschen Integralsatzes.