

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b (SoSe 2021)
Blatt 2

Abgabe bis Freitag den 14.5.21

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Finden Sie eine reguläre Parametrisierung $\gamma: \mathbb{R} \supset [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ für die Strecke, die die Punkte -1 und $-i$ verbindet, und berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gibt es jeweils einen geschlossenen (glatten) Integrationsweg γ in der komplexen Zahlenebene (der nicht durch eine Singularität des Integranden läuft) mit

- (a) $\int_{\gamma} z^{-1} dz = 0$?
- (b) $\int_{\gamma} (z + 1)^{-1} dz \neq 0$?
- (c) $\int_{\gamma} z^{-2} dz = 0$?
- (d) $\int_{\gamma} (z + i)^{-2} dz \neq 0$?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $a \in \mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} ; |z| < 1\}$ und für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{1/\bar{a}\}$, falls $a \neq 0$, bzw. $z \in \mathbb{C}$, falls $a = 0$, gilt:

$$(a) \quad \left| \frac{a - z}{1 - \bar{a}z} \right| < 1 \iff |z| < 1, \quad (b) \quad \left| \frac{a - z}{1 - \bar{a}z} \right| = 1 \iff |z| = 1.$$