

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b (SoSe 2021)
Blatt 3

Abgabe bis Freitag den 28.5.21.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen sind holomorph auf \mathbb{C} :

1. a) (1) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto z^3 \cos(z^2)$,
b) (1) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \exp(z\bar{z})$,
c) (2) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \operatorname{Re}(\cos(z)) + i\operatorname{Im}(\cosh(iz))$?
2. (2) Für welches fixierte $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$u: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto ay^3 - yx^2$$

Realteil einer holomorphen Funktion auf \mathbb{C} ? Geben Sie, falls existent, den zugehörigen Imaginärteil der holomorphen Funktion an.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie für $r \neq 1, r \neq 3$

$$\int_{\kappa_r(0)} \left[(z-2)^3 + \frac{z^2+1}{z-i} + \frac{1}{(z+3)^2} \right] dz.$$

[Hinweis: Für $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$ definieren wir $\kappa_r(z_0): [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto z_0 + re^{it}$.]

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sei $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ eine in $a \in D$ komplex differenzierbare Funktion und sei

$$D^* = \{\bar{z} : z \in D\}.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g: D^* \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \overline{f(\bar{z})}$$

in \bar{a} differenzierbar ist mit

$$g'(\bar{a}) = \overline{f'(a)}.$$