Prof. Dr. Christian Bender
M.Sc. Steffen Meyer
M.Sc. Matthias Thiel

Universität des Saarlandes
SoSe 2017
21. Juni 2017

# Mathematik für Informatiker II

## 10. Übung

**Aufgabe 1** **($2+2=4$ Punkte)** Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimme Sie die Determinante von $A$ mittels

i) Gauß-Algorithmus.

ii) Mehrfachanwendung des Entwicklungssatzes nach Laplace.

**Aufgabe 2** **(4 Punkte)** Betrachten Sie die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \\ -4 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & -6 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Determinanten der Matrizen $A, B, C$.

**Aufgabe 3** **(4 Punkte)** Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & -5 & 5 \\ -3 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte von A über dem Körper $\mathbb{C}$ mit Hilfe des charakteristischen Polynoms.

**Aufgabe 4** **(3 Punkte)** Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$. Zeigen Sie, dass das charakteristische Polynom $p_A(\lambda) = \det(A - \lambda E_n)$ von $A$ folgende Gestalt hat

$$p_A(\lambda) = a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0$$

mit

$$a_n = (-1)^n, \quad a_{n-1} = (-1)^{n-1}\sum_{i=1}^n a_{ii}, \quad a_0 = \det(A).$$