Prof. Dr. Christian Bender
M.Sc. Steffen Meyer
M.Sc. Matthias Thiel

Universität des Saarlandes
SoSe 2017
11. Mai 2017

Mathematik für Informatiker II

4. Übung

Aufgabe 1 **(9 Punkte)** Sei $f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R})$. Die Polynomfunktion f heißt gerade (bzw. ungerade), falls

$$f(-x) = f(x) \quad (\text{bzw. } f(-x) = -f(x))$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt. Zeigen Sie:

i) $F_g := \{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) | f \text{ ist gerade}\}$ und $F_u := \{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) | f \text{ ist ungerade}\}$ sind Untervektorräume von $\mathrm{Pol}(\mathbb{R})$.

ii) $F_g \cap F_u = \{0\}$.

iii) Bestimmen Sie jeweils eine Basis von F_g und F_u.

Aufgabe 2 **(3 Punkte)** Es sei die Menge $M = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{pmatrix} \middle| \ t \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$ gegeben.

i) Für welche $t \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^3$ linear abhängig?

ii) Sind je drei verschiedene Elemente aus M in $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig?

iii) Ist M ein Untervektorraum des $\mathbb{R}^3$?

Aufgabe 3 **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Familie von Vektoren

$$\left(\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right).$$

Wählen Sie, falls möglich, eine Teilfamilie aus, die eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bildet.
Begründen Sie Ihre Antwort.