

## Mathematik für Informatiker II

### 5. Übung

**Aufgabe 1 (8 Punkte)** Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & -5 \\ 3 & 0 & -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & -2 \\ -5 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, F = (1 \quad -2 \quad 0 \quad 6).$$

Bestimmen Sie alle Produkte der Form  $X \cdot Y$  mit  $X, Y \in \{A, B, C, D, E, F\}$ , welche mit diesen Matrizen gebildet werden können.

**Aufgabe 2 (3 Punkte)** Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass für  $m, n, p, q \in \mathbb{N}$  und Matrizen  $A \in K^{m \times n}$ ,  $B \in K^{n \times p}$ ,  $C \in K^{p \times q}$  stets gilt:

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C).$$

**Aufgabe 3 (4 Punkte)** Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass für  $m, n, p \in \mathbb{N}$  und die Matrizen  $A \in K^{m \times n}$ ,  $B \in K^{m \times n}$ ,  $C \in K^{n \times p}$  folgenden Rechenregeln gelten:

- i)  $(A^T)^T = A$ .
- ii)  $(A + B)^T = A^T + B^T$ .
- iii)  $(A \cdot C)^T = C^T \cdot A^T$ .