

Diskrete Finanzmathematik

3. Übung

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Betrachten Sie den Markt aus Aufgabe 1 des 2. Übungsblatts. Zeigen Sie, dass in diesem Markt LOP gilt und dass eine Arbitrage existiert.

Aufgabe 2 (2+1+1+1 Punkte)

Betrachten Sie ein endliches Ein-Perioden-Modell \mathcal{M} mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $D = 1$, $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$, $\mathcal{F}_1 = 2^\Omega$, $S_t^0 = 1$ für $t = 0, 1$ und

$$S_0^1 = 12, S_1^1(\omega_1) = 15, S_1^1(\omega_2) = 9, S_1^1(\omega_3) = 6.$$

- (a) Bestimmen Sie alle linearen Preissysteme in \mathcal{M} .
- (b) Berechnen Sie $\mathcal{I}_\xi := \{\pi(\xi), \pi \text{ lineares Preissystem}\}$ für $\xi = \text{Call}(7, 1, 1)$.
- (c) Zeigen Sie, dass zu jedem $\xi \in L_0(\mathcal{F}_1)$ reelle Zahlen $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ existieren mit

$$\xi = \alpha_0 S_1^0 + \alpha_1 S_1^1 + \alpha_2 \text{Call}(7, 1, 1).$$

- (d) Folgern Sie aus (b) und (c):

$$\xi \in L_0(\mathcal{F}_1) \setminus \mathcal{H} \iff \mathcal{I}_\xi \text{ ist ein offenes Intervall.}$$