

Diskrete Finanzmathematik

7. Übung

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Es sei $\mathcal{M} = (\Omega, \mathcal{F}, P, (S_t)_{t \in \{0,1,2\}}, (\mathcal{F}_t)_{t \in \{0,1,2\}}, \mathcal{A}^{sf})$ ein Markt mit zwei Anlagemöglichkeiten und 4 Zuständen, $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$. Es sei $S_t^0 = 100$ für $t = 0, 1, 2$ sowie

$$\begin{aligned} S_0^1 &= 100, \\ S_1^1(\omega_1) &= S_1^1(\omega_2) = 110, \quad S_1^1(\omega_3) = S_1^1(\omega_4) = 90 \\ S_2^1(\omega_1) &= 120, \quad S_2^1(\omega_2) = 100, \\ S_2^1(\omega_3) &= 100, \quad S_2^1(\omega_4) = 80 \end{aligned}$$

Es gelte $P(\{\omega_n\}) > 0$ für alle $n = 1, \dots, N$. Ferner sei

$$\mathcal{F}_0 = \{\Omega, \emptyset\}, \quad \mathcal{F}_1 = \{(S_1^1)^{-1}(B); B \text{ Borelmenge in } \mathbb{R}\}, \quad \mathcal{F}_2 = 2^\Omega.$$

- Bestimmen Sie ein äquivalentes Martingalmaß für \mathcal{M} .
- Bestimmen Sie einen perfekten Hedge und den Hedgingpreis für eine asiatische Call-Option auf S^1 mit Ausübungspreis 90, deren Auszahlung durch

$$\xi = \left(\frac{1}{3}(S_0^1 + S_1^1 + S_2^1) - 90 \right)^+$$

gegeben ist.

- Wiederholen Sie Aufgabenteil (b) für eine Floating-Strike Lookback Call-Option auf S^1 , deren Auszahlung durch

$$\eta = \left(S_2^1 - \min_{t=0,1,2} S_t^1 \right)$$

gegeben ist.