Prof. Dr. Christian Bender
M.Sc. Matthias Thiel

Universität des Saarlandes
WiSe 2019/20

28. Oktober 2019

Analysis I

2. Präsenzübung

Aufgabe 1 Beweisen Sie den folgenden Satz:

Sei $n_0 \in \mathbb{N}_0$ und eine Aussage $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ mit $n \geq n_0$ gegeben. Falls

I) $A(n_0)$ wahr ist und

II) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (\forall k \in \{n_0, \ldots, n\} : A(k)) \Rightarrow A(n+1)$ wahr ist,

so ist die Aussage $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ mit $n \geq n_0$ wahr.

Aufgabe 2 Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels Aufgabe 1

i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 3$ gilt $2^n \geq n + 5$.

ii) Jede natürliche Zahl größer als 1 kann als Produkt von (einer oder mehreren) Primzahlen geschrieben werden.

Aufgabe 3 Finden Sie den Denkfehler in folgendem Induktionsbeweis: Für $n \in \mathbb{N}$ betrachten wir die Aussage

$$A(n) : \text{In einer Menge von } n \text{ natürlichen Zahlen, sind alle Zahlen gleich.}$$

Induktionsanfang: $A(1)$ ist offensichtlich wahr.

Induktionsschritt: Wir nehmen an, dass für beliebiges aber festes $n \in \mathbb{N}$ die Aussage $A(n)$ wahr ist. Dann: Wir nehmen $n + 1$ natürliche Zahlen und benennen Sie $1, \ldots, n + 1$. Diese Zahlen teilen wir in 2 Mengen der Größe n auf, nämlich $\{1, \ldots, n\}$ und $\{2, \ldots, n + 1\}$. Nach Induktionsannahme sind alle Zahlen in der 1. Menge gleich und die Zahlen in der 2. Menge gleich. Da die beiden Mengen sich überlappen, müssen dann alle $n + 1$ Zahlen gleich sein. Somit ist $A(n + 1)$ wahr und mit Satz 2.1 folgt, $A(n)$ ist wahr für alle $n \in \mathbb{N}$.