UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Christian Bopp

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Sommersemester 2018

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 14.00 Uhr, am 13.06.2018, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 9 06.05.2018

Aufgabe 1. (a) Welche der folgenden 13 stelligen Zahlen sind gültige ISBN-13 Nummern. Wie müsste man die Prüfziffern der ungültigen Nummern verändern, damit diese gültig werden?

(i) 9783834802118 (ii) 9780821849643

(b) Wiederholen Sie den Abschnitt aus der Vorlesung über *Teilbarkeitskriterien*. Welche der folgenden Zahlen sind durch 3, 9 bzw 11 teilbar:

(i)40740740403 (ii) 122222221209 (iii) 38271604621 (iv) 230864195617

Aufgabe 2. Die heute benutzte ISBN-13 Nummer hat 2007 die ISBN-10 Nummer als Standard abgelöst. Eine ISBN-10 Nummer ist eine 9 stellige Zahl $(x_1 \dots x_9)$ zusammen mit einer Prüfziffer $x_{10} \in \{1, \dots, 9, X\}$, wobei X für die Ziffer 10 steht. Für die Prüfziffer x_{10} der ISBN-10 gilt

$$x_{10} \equiv \sum_{i=1}^{9} i \cdot x_i \mod 11$$

Zur Umwandlung einer ISBN-10 in eine ISBN-13 Nummer wird der ISBN-10 die Zahl 978 voran gestellt und die Prüfziffer x_{13} der ISBN-13 neu berechnet.

(a) Berechnen Sie die Prüfziffer x_{10} der ISBN-10 $345386143x_{10}$ sowie die daraus abgeleitete ISBN-13 Nummer.

(b) Zeigen Sie, dass das Vertauschen zweier Ziffern x_i und x_j (mit $i \neq j$) in einer ISBN-10 Nummer festgestellt werden kann.

(c) Nehmen Sie an, dass Sie beim Einlesen einer ISBN-10 die folgende Ziffernfolge erhalten, wobei ? für einen Lesefehler steht:

3540?02449

Welche Möglichkeiten gibt es dies zu einer gültigen ISBN-10 Nummer zu machen.

Aufgabe 3. (a) Bestimmen Sie $10^{99} \mod 9$ und $10^{99} \mod 11$.

(b) Bestimmen Sie die letzte Ziffer von 7^{1000}.

(c) Bestimmen Sie $13^{47} \mod 61$.

Aufgabe 4. (a) Seien $a, b \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $(a-b) \big| (a^{n+1} - b^{n+1})$.

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $n^{13} \equiv n \mod 210$.