



## Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 14.01.2015 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

### Blatt 9

7. Januar 2015

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion stetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1, \\ x^2 + 5x + 7, & -1 < x \leq 0, \\ x + 7, & x > 0. \end{cases}$$

**Aufgabe 2.** Die drei Funktionen  $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  seien folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q}, \\ 1 - x, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases} \\ g(x) &= \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases} \\ h(x) &= \begin{cases} \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Q} \text{ teilerfremd, } q > 0, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}. \\ 1, & x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Zeigen Sie:  $f$  ist nur in  $\frac{1}{2}$  stetig,  $g$  ist nirgendwo stetig und  $h$  ist genau in allen irrationalen  $x$  stetig.

### Aufgabe 3.

- (a) Zeigen Sie, dass für jedes  $n \in \mathbb{N}$  Polynome  $p_n(x, y)$  und  $q_n(x, y)$  in zwei Variablen  $x, y$  mit reellen Koeffizienten existieren, so dass

$$\sin(nt) = p_n(\sin(t), \cos(t)) \quad \text{und} \quad \cos(nt) = q_n(\sin(t), \cos(t))$$

für alle  $t \in \mathbb{R}$  gilt.

- (b) Berechnen Sie  $p_n(x, y)$  und  $q_n(x, y)$  für  $n = 2, 3, 4$ .

**Aufgabe 4.** In einem Raum ist eine Leine von der Fensterwand zur gegenüberliegenden Wand gespannt. Jetzt wird die Leine an beiden Seiten gelöst und irgendwie in die Mitte des Raumes geworfen.

Zeigen Sie: Es gibt einen Punkt auf der Leine, der genauso weit von der Fensterwand entfernt ist wie zuvor.