

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Blatt 3 (Abgabe: 18.11.2014)

Aufgabe 1

- (a) Berechnen Sie den Absolutbetrag und die Polardarstellung der folgenden komplexen Zahlen:

$$(1 + i)^3, \quad (-2 + 2i)^4, \quad (-3 + \sqrt{3}i)^3, \quad (\sqrt{3} - \sqrt{3}i)^2$$

- (b) Berechnen Sie von den folgenden komplexen Zahlen den Realteil und den Imaginärteil (Hinweis: Die Tabelle im Vorlesungsskript hilft Ihnen vielleicht bei der Lösung der Aufgabe):

$$\left(\sqrt{3} \cdot e^{\pi i/18}\right)^6, \quad \left(\frac{1}{2} \cdot e^{\pi i/6}\right)^4, \quad \left(e^{\pi i/9}\right)^6 - \left(2 \cdot e^{\pi i/6}\right)^2, \quad \left(e^{\pi i/12}\right)^2 + \left(e^{3\pi i/4}\right)^2$$

Aufgabe 2

- (a) Bestimmen Sie für $y \in \{-2, -1, 0, 3\}$, für welche $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Ungleichungen gültig sind (Hinweis: Fallunterscheidung nach y):

(i) $y(x + 4) > 24$

(ii) $(y - 2)(x - 1) > -12$

- (b) Bestimmen Sie die (reellen oder komplexen) Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen:

(i) $x^2 + 3x - 8 = 2$

(ii) $x^2 + 3x - 1 = 3$

(iii) $x^2 + 3x + 15 = \frac{13}{2}$

(iv) $4x^2 - 28x + 12 = -12$

Aufgabe 3

- (a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

für die Funktion $f(x, y) = 5x^2y - 3xy - 4xy^2$

(b) Bestimmen Sie für die Funktion

$$p(T, V) = \frac{nRT}{V}$$

die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial p}{\partial T}, \frac{\partial p}{\partial V}, \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right).$$

Aufgabe 4

(a) Führen Sie eine schriftliche Division aus bei den Brüchen $\frac{3}{11}$ und $\frac{3}{7}$. Können sie schon vor Ausführung der schriftlichen Division aussagen, wie lang die Periode maximal sein kann (Diskussion in den Übungen)?

(b) Wir betrachten die rationale Funktion

$$\frac{f}{g} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad \frac{f}{g}(x) = \frac{x^4 - 2}{x^2 + 1}.$$

- (i) Führen Sie eine Polynomdivision durch, um $\frac{f}{g}$ in der Gestalt $\frac{f}{g}(x) = h(x) + \frac{f_1(x)}{g(x)}$ zu schreiben, wobei h, f_1 Polynome sind und $\deg(f_1) < \deg(g)$.
- (ii) Prüfen Sie, ob es sich bei $\frac{f}{g}$ um eine gerade bzw. ungerade Funktion handelt.
- (iii) Fertigen Sie eine (grobe) Skizze des Graphen der Funktion $\frac{f}{g}$ an.