

## Mathematik für Naturwissenschaftler I

### Blatt 9 (Abgabe: 13.01.2015)

#### Aufgabe 1

Wir betrachten die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ . Geben Sie möglichst große Intervalle an, auf denen  $f$  monoton ist.

#### Aufgabe 2

Berechnen sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen. Benutzen Sie dabei  $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$ .

a)  $f(x) = 3e^{3x+2}$

b)  $f_k(x) = \frac{ke^x}{k-e^x}$

c)  $f(x) = \log_e(\log_e x) = \ln(\ln(x))$

d)  $f(x) = 10^x$

#### Aufgabe 3

Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = x^3 + ax.$$

Für welchen Wert von  $a$  schneidet der Graph von  $f$  die  $x$ -Achse in seinem kleinsten Schnittpunkt unter einem Winkel von  $45^\circ$ ? Betrachten Sie hierbei sowohl den Fall, dass  $f$  eine reelle Nullstelle, als auch den Fall, dass  $f$  drei reelle Nullstellen besitzt. Skizzieren Sie in beiden Fällen den Graphen der Funktion mit den entsprechenden Wahlen von  $a$ .

#### Aufgabe 4

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n!}$$

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$$

Untersuchen Sie die Reihe insbesondere auch am Rand des Konvergenzbereiches auf Konvergenz.