



Übungen zur Algebra

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am 09.11.2017, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 3

02.11.2017

Aufgabe 1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sei $Z(G)$ das Zentrum von $G = S_n$ mit $n \geq 3$. Dann ist $Z(G) = \{id\}$.
- (b) Sei G eine Gruppe und $G/Z(G)$ zyklisch. Dann ist G abelsch.

Aufgabe 2. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Alle endlichen p -Gruppen haben ein nicht-triviales Zentrum.
- (b) Alle p -Gruppen der Ordnung p^2 sind abelsch.

Aufgabe 3. Sei G eine endliche Gruppe und sei $S \subset G$ eine p -Sylowuntergruppe von G . Zeigen Sie:

- (a) Ist S' eine p -Sylowuntergruppe einer Untergruppe H von G , so gibt es eine zu S konjugierte Untergruppe T von G mit $T \cap H = S'$.
- (b) Ist N ein Normalteiler von G und

$$\pi : G \rightarrow G/N, g \mapsto gN$$

die kanonische Projektion, dann sind $S \cap N$ und $\pi(S)$ p -Sylowuntergruppen von N bzw. G/N .

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass jede Gruppe der Ordnung 40 oder 56 einen nicht-trivialen Normalteiler besitzt.