Fakultät MI, Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Dr. Michael Hoff

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2019/20

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 18.12.2019 **vor der Vorlesung** in den Briefkästen (neben dem Zeichensaal U.39, Geb. E2 5) abzugeben.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

Blatt 8 11. Dezember 2019

Aufgabe 1 (Stetigkeit)**.** Bestimmen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion stetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \leq -1, \\ x^2+5x+7, & -1 < x \leq 0, \\ x+7, & x > 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2. Seien $x_0 \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion.

(i) $\exists \delta > 0\ \forall \varepsilon :\ \forall x$ mit $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$,
(ii) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta :\ \forall x$ mit $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$,
(iii) $\exists \varepsilon\ \forall \delta > 0 :\ \forall x$ mit $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$,
(iv) $\forall \varepsilon > 0\ \forall \delta :\ \forall x$ mit $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$,
(iv) $\forall \varepsilon > 0\ \forall x\ \exists \delta :\ |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon \Rightarrow |x - x_0| < \delta$.

(a) Formulieren Sie die fünf Aussagen umgangssprachlich.
(b) Welche Implikationen bestehen zwischen den fünf Aussagen? Geben Sie Beispiele von Funktionen an, die zeigen, dass weitere Implikationen nicht bestehen.

Aufgabe 3 (Additionstheoreme für Sinus und Cosinus)**.**

(a) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ Polynome $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ in zwei Variablen x, y mit reellen Koeffizienten existieren, so dass
$$\sin(nt) = p_n(\sin(t), \cos(t)) \quad \text{und} \quad \cos(nt) = q_n(\sin(t), \cos(t))$$
für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt.
(b) Berechnen Sie $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ für $n = 2, 3, 4$.

Aufgabe 4 (Leinenwurf)**.** In einem Raum ist eine Leine von der Fensterwand zur gegenüberliegenden Wand gespannt. Jetzt wird die Leine an beiden Seiten gelöst und irgendwie in die Mitte des Raumes geworfen.
Zeigen Sie: Es gibt einen Punkt auf der Leine, der genauso weit von der Fensterwand entfernt ist wie zuvor.