UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht
Dipl.-Math. Natalie Marx

Übungen zur Vorlesung Analysis II

Sommersemester 2006

Blatt 1

Abgabe: Mittwoch, 26.04.2006 von 11.00 bis 11.10 Uhr in HS III, Gebäude E2 5 oder bis 11.10 Uhr in den Briefkasten 'Analysis II SS 06' in Gebäude E2 5 (Untergeschoss)

Aufgabe 1 (Wiederholung des komplexen Betrages) **(4+6=10 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie alle komplexe Zahlen z, die den folgenden Ungleichungen genügen

$$|z-1| \leq |z+i| \leq |z+1|$$

und skizzieren Sie diese.

(b) Seien z, w komplexe Zahlen mit $|w| < 1$. Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\left| \frac{z-w}{1-\overline{w}z} \right| < 1 \Longleftrightarrow |z| < 1.$$

Aufgabe 2 **(4+6=10 Punkte)**

(a) Berechnen Sie das 4-te Taylorpolynom zu der Funktion $f(x) = x^4 - 3x + 1$ und machen Sie eine Aussage über den Fehler.

(b) Bestimmen Sie die Taylorentwicklung zu $f(x) = \frac{\exp(x)}{1-x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
(Hinweis: Leibniz'sche Formel)

Aufgabe 3 **(10 Punkte)**

Zeigen Sie Warnung 6.27 aus der Vorlesung: Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} \exp(-x^{-2}) & \text{für } 0 \neq x \in \mathbb{R} \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

ist auf $\mathbb{R}$ beliebig oft differenzierbar und erfüllt $f^{(n)} = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 4 **(4+6=10 Punkte)**

(a) Berechnen Sie eine Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{t^2-1}.$$

Bitte wenden!

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von Teil (a) das Integral

$$\int_1^x \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} d\xi$$

mit $0 < x \leq 1$.

Aufgabe 5* **(8 Punkte)**

Betrachten Sie die Taylorentwicklung von $f(x) = \sin x$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$. Wieweit müssen Sie $f(x)$ in eine Taylorreihe entwickeln, damit der Fehler in dem Intervall $[-1, 3]$ kleiner als $\frac{1}{10}$ ist?

Informationen zur Bepunktung der Aufgaben

- Punkte aus *-Aufgaben tragen nicht zur maximal erreichbaren Punktzahl bei, werden jedoch, wenn Sie eine solche bearbeiten, wie Punkte aus normalen Aufgaben gewertet. Auf diesem Blatt sind also 40 Punkte = 100%, aber Sie können 48 Punkte erreichen.
- Die Übungsgruppen beginnen nächste Woche mit der Besprechung dieses Übungsblattes. Entnehmen Sie bitte den Aushängen am schwarzen Brett in Gebäude E2 5, in welche Übung Sie eingeteilt wurden.