UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht
Dipl.-Math. Natalie Marx

Übungen zur Vorlesung Analysis II

Sommersemester 2006

Blatt 12

Abgabe: Mittwoch, 12.07.2006 von 11.00 bis 11.10 Uhr in HS III, Gebäude E2 5 oder bis 11.10 Uhr in den Briefkasten 'Analysis II SS 06' in Gebäude E2 5 (Untergeschoss)

Aufgabe 1 **(10 Punkte)**
Berechnen Sie mit dem Newton Verfahren alle reellen Nullstellen des Polynoms

$$f(x) = x^5 - x - \frac{1}{5}$$

mit einer Genauigkeit von 10^{-6}.
(Hinweis: Sie dürfen einen Taschenrechner verwenden.)

Aufgabe 2 **(10 Punkte)**
Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion

$$f(x, y) := x(4x - 3y)$$

auf der Einheitskreisscheibe $\overline{B_1(0)} := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 3 **(5+5=10 Punkte)**
Berechnen Sie die Bogenlängen der folgenden Kurven:

(a) $\alpha : [0, a] \to \mathbb{R}^2, \quad \alpha(t) = (e^{ct} \cos t, e^{ct} \sin t)$.

(b) $\beta : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2, \quad \beta(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$.

Seien $\gamma_i : I_i \to \mathbb{R}^n$ für $i = 1, 2$ reguläre Kurven (d. h. $\gamma_i'(t) \neq 0$) mit $\gamma_1(t_1) = \gamma_2(t_2)$ für $t_i \in I_i$. Die eindeutig bestimmte Zahl $\theta \in [0, \pi]$ mit

$$\cos \theta = \frac{\gamma_1'(t_1)\gamma_2'(t_2)}{|\gamma_1'(t_1)||\gamma_2'(t_2)|}$$

heißt der *Schnittwinkel* zwischen γ_1 und γ_2 bei den Parametern t_1 und t_2.

Aufgabe 4 **(5+5=10 Punkte)**
Sei $\gamma : [0, 2] \to \mathbb{R}^2, \gamma(t) = (t^2, t^3)$.

(a) Begründen Sie, dass γ rektifizierbar ist und berechnen Sie die Länge von γ.

(b) Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen der Kurve γ und der Geraden $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, \varphi(t) = (t, 1)$.

Bitte wenden!

Aufgabe 5* **(10 Punkte)**

Aus vier gegebenen Längen a, b, c und d soll ein Viereck mit maximaler Fläche gebildet werden. Wie sind die Winkel des Vierecks zu wählen?
(Hinweis: Betrachten Sie eine Diagonale und die so entstanden beiden Dreiecke. Berechnen Sie nun die Länge der Diagonalen zunächst mit Hilfe des einen und dann mit Hilfe des anderen Dreiecks und nehmen Sie dies als Nebenbedingung Ihrer Extremwertaufgabe.)

Informationen zu den Klausuren

- Dies ist das letzte bewertete Übungsblatt zur Analyis II. Sie sind zur Haupt- bzw. Nachklausur zugelassen, wenn Sie die folgenden Bedingungen erfüllt haben:
  - durchgehende Anwesenheit in den Übungsgruppen (ausser in begründeten Ausnahmefällen),
  - ernsthafte Bearbeitung von mindestens 75 % der Übungsaufgaben,
  - mindestens 50 % der möglichen Übungspunkte,
  - aktive Mitarbeit in den Übungsgruppen; d.h. Vorstellung der von Ihnen erarbeiteten Lösungen.
- Die Hauptklausur findet am Montag, den 24.06.2006 von 9-12 Uhr im großen Hörsaal der Physik (Gebäude C6 4) und im Hörsaal III der Mathematik und die Nachklausur am Montag, den 09.10.2006 von 9-12 Uhr, in den Hörsälen der Mathematik statt.
- In der Woche vor der Klausur wird es am schwarzen Brett einen Aushang mit allen zu der Klausur zugelassen Teilnehmern und der Raumverteilung für die Klausur geben.
- Zur Hauptklausur ist keine Anmeldung nötig (ausser der Anmeldung im Prüfungssekretariat für alle Bachelor-Studierenden der Mathematik). Zur Nachklausur ist automatisch jeder angemeldet, der die Hauptklausur nicht bestanden hat bzw. wer trotz Zulassung nicht mitgeschrieben hat. Wollen Sie Ihre Note aus der Hauptklausur verbessern, so können Sie auch an der Nachklausur teilnehmen. In diesem Fall müssen Sie sich aber bis spätestens 30.09.2006 entweder bei Natalie Marx in Zimmer 225 in Gebäude E2 4 oder per Mail an marx@math.uni-sb.de anmelden. Schreiben Sie die Haupt- und die Nachklausur mit, so wird die bessere der beiden Noten gewertet.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss06/ana2/ana2.html`