UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung Topologie (SS 2007)
Blatt 1

Aufgabe 1. Wir betrachten in $\mathbb{R}$ das folgende Mengensystem

$$\mathcal{T} := \big\{(-\infty, \alpha)\,;\, \alpha \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}\big\} \cup \{\emptyset\}\,.$$

(a) Zeigen Sie, daß $\mathcal{T}$ ist eine Topologie auf $\mathbb{R}$ ist.
(b) Beschreiben Sie die abgeschlossenen Teilmengen von $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
(c) Berechnen Sie die Menge der Berührungspunkte und den topologischen Rand von $\{2007\}$ in $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
(d) Berechnen Sie das Innere und die Abschließung von $(-2007, \infty)$ in $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.

Aufgabe 2. Geben Sie alle möglichen Topologien auf der Menge $X := \{1, 2\}$ an.

Aufgabe 3. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und $M \subseteq X$. Zeigen Sie:

(a) M ist offen in $(X, \mathcal{T})$ genau dann, wenn $M \cap \partial M = \emptyset$.
(b) $\overline{M} = M \cup \partial M$.

Aufgabe* 4. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und sei $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf X. Für $x \in X$ sei $[x] := \{y \in X\,;\, y \sim x\}$ die Äquivalenzklasse von x bezüglich $\sim$. Mit $X/\sim$ bezeichnen wir die Menge aller Äquivalenzklassen bezüglich $\sim$. Zeigen Sie, daß

$$\mathcal{T}_\sim := \big\{G \subseteq X/\sim\,;\, \{x \in X\,;\, [x] \in G\} \in \mathcal{T}\big\}$$

eine Topologie auf $X/\sim$ definiert. Diese heißt die *Quotiententopologie* und der topologische Raum $(X/\sim, \mathcal{T}_\sim)$ heißt der *Quotientenraum* von $(X, \mathcal{T})$ bezüglich $\sim$

Abgabe: Ort und Zeit wird in der Vorlesung angegeben.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss07/top/uebungen.html`.

Literatur

[1] E. Albrecht, *Analysis 1 und 2*, Vorlesungsskript, Universität des Saarlandes, **2006**.
[2] N. Bourbaki, *Éléments de Mathématique: Livre III, Topologie générale.* Herman **1948**. Auch auf Englisch bei Addison–Wesley **1966**.
[3] J. Dugundji, *Topology.* Allyn and Bacon **1966**.
[4] R. Engelking, *General Topology.* Heldermann **1989**.
[5] K. Jänich, *Topologie*, 5. Auflage, Springer **1996**.
[6] J. L. Kelley, *General Topology.* Springer **1975**.
[7] J. R. Munkres, *Topology: a first course*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., **1975**,
[8] G. Preuss, *Allgemeine Topologie.* Springer **1972**.
[9] Boto von Querenburg, *Mengentheoretische Topologie.* Springer **1976**.
[10] V. Runde, *A Taste of Topology*, Springer **2005**.
[11] H. Schubert, *Topologie.* Teubner, Stuttgart. 4. Auflage **1975**.