UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung Topologie (SS 2007)
Blatt 2

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Ist (X, d) ein separabler metrischer Raum und $\emptyset \neq Y \subseteq X$, so ist auch $(Y, d|_{Y \times Y})$ separabel.

Aufgabe 2. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und seien A und B zwei Teilmengen von X. Zeigen Sie:

(a) $\overline{A} = X \setminus \operatorname{int}(X \setminus A)$ und $\operatorname{int}(B) = X \setminus \overline{X \setminus B}$.
(b) $\operatorname{int}(A \cap B) = \operatorname{int}(A) \cap \operatorname{int}(B)$ und $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.
(c) $\operatorname{int}(A \cup B) \supseteq \operatorname{int}(A) \cup \operatorname{int}(B)$ und $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$. Belegen Sie durch ein Beispiel, daß diese Inklusionen echt sein können.
(d) $\partial(X \setminus A) = \partial A = \overline{A} \setminus \operatorname{int}(A)$.

Aufgabe 3. Sei X eine Menge und sei $h : \mathfrak{P}(X) \to \mathfrak{P}(X)$ eine Abbildung mit den Eigenschaften

(a) $h(\emptyset) = \emptyset$.
(b) $\forall M \subseteq X$: $M \subseteq h(M)$.
(c) $\forall A, B \subseteq X$: $h(A \cup B) = h(A) \cup h(B)$.
(d) $\forall M \subseteq X$: $h(h(M)) = h(M)$.

Dann gibt es genau eine Topologie $\mathcal{T}_h$ auf X, deren abgeschlossene Teilmengen übereinstimmen mit

$$\mathcal{A}_h := \{M \subseteq X\,;\, h(M) = M\}.$$

Für diese Topologie gilt $h(M) = \overline{M}$ für alle $M \subseteq X$.

Aufgabe* 4. Sei $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ versehen mit der Topologie

$$\mathcal{T} := \left\{G \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\,;\, \forall x \in G\, \exists \varepsilon > 0 : \{y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\,;\, |y - x| < \varepsilon\} \subseteq G\right\}.$$

Zeigen Sie, daß $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mathcal{T})$ eine Umgebungsbasis besitzt, die aus Mengen besteht, die sowohl offen als auch abgeschlossen sind.

Abgabe: Freitag, den 04.05.2007 vor der Vorlesung oder bis 9:15 Uhr in dem Briefkasten (FT SS 07) in Gebäude E2 5 (Untergeschoß).

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss07/top/uebungen.html`.

Hinweis: Da am 1. Mai keine Übungsgruppe stattfindet, wird am 30. April eine Musterlösung zu Übungsblatt 1 unter der obigen Internetadresse ausgegeben. Die Korrekturen der von Ihnen am 27. April abgegebenen Lösungen erhalten Sie dann zusammen mit den Korrekturen der Lösungen zu diesem Übungsblatt am 8. Mai in der Übungsstunde.

Bitte lesen Sie auch die Informationen auf der Rückseite dieses Blattes!

Informationen zu Vorlesung und Übungen

Termine und Ansprechpartner

- **Vorlesung:** Mi 8-9 Uhr in Seminarraum 5, Fr 8-9 Uhr in Hörsaal IV, Gebäude E2 4.
- **Dozent:** Prof. Dr. Ernst Albrecht, Zi. 201 in Gebäude E2 4, Tel. 0681/302 3256. Sprechstunde: Mo. 14-16 Uhr und nach Vereinbarung.
- **Mitarbeiterin:** Dipl.-Math. Natalie Marx, Zi. 225 in Gebäude E2 4, Tel. 0681/302 2556. Sprechstunde: Do. 15-16 Uhr.
- **Übungsstunden:** Di 13-14 Uhr in Hörsaal IV, Gebäude E2 4.
- **Übungsgruppenleiterin:** Zineb Akkar, Zi. 224 in Gebäude E2 4.

Übungen

- Jeden Freitag vor der Vorlesung wird ein Übungsblatt mit Aufgaben zum aktuellen Stoff der Vorlesung ausgegeben. Sie haben jeweils eine Woche Zeit, diese zu lösen.
- Die bearbeiteten Aufgaben sind freitags vor 8:15 Uhr im Hörsaal der Vorlesung abzugeben. Alternativ können Sie die Übungen freitags bis 9.15 Uhr in den mit 'FT SS 07' gekennzeichneten Briefkasten in Gebäude E2 5 (Untergeschoss) einwerfen.
- Jeder Übungszettel muss **gut sichtbar** mit dem **Namen der/des Studierenden** versehen sein. Andernfalls besteht **kein Anspruch auf Korrektur**.
- Die Übungen können **alleine oder in Zweiergruppen** abgegeben werden.
- Die korrigierten Aufgaben werden in der folgenden Übungsstunde besprochen. Die Übungsaufgaben sind kein Selbstzweck. Sie geben Ihnen Gelegenheit, den in der Vorlesung vermittelten Stoff anzuwenden und zu vertiefen. Außerdem dienen sie Ihrer Vorbereitung auf die mündliche Abschlussprüfung. Wir raten Ihnen daher dringend, die Aufgaben selbstständig zu bearbeiten.

Leistungsnachweis

Um für diese Veranstaltung einen Leistungsnachweis zu erwerben, müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

(i) erfolgreiche Teilnahme am Übungsbetrieb, d.h

- durchgehende Anwesenheit in den Übungsgruppen; es besteht also Anwesenheitspflicht (außer in begründeten Ausnahmefällen),
- ernsthafte Bearbeitung von mindestens 75 % der Übungsaufgaben,
- mindestens 50 % der möglichen Übungspunkte,
- aktive Mitarbeit in den Übungsgruppen; d.h. Vorstellung der von Ihnen erarbeiteten Lösungen,

und

(ii) Bestehen der mündlichen Abschlussprüfung.

Der Termin der mündlichen Abschlussprüfung wird noch bekanntgegeben.

Internetseite

Zu dieser Vorlesung gibt es auch eine Internetseite unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss07/topologie.html`

Dort sind die wichtigsten Informationen noch einmal aufgeführt. Zudem werden dort alle Informations- und Übungsblätter in ps- und pdf-Format abgelegt.