UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung Geometrische Funktionentheorie (SS 2008)
Blatt 9

Im folgenden sei $(G_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von Gebieten in $\mathbb{C}$ mit $0 \in G_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, für die der Kern

$$G := \ker(G_n)_{n=1}^{\infty}$$

existiert.

Aufgabe 1. Sei $(f_n)_{n=1}^{\infty}$ eine Folge von kompakt gegen eine Funktion $f \in \mathcal{O}(G)$ konvergenten schlichten Funktionen $f_n \in \mathcal{O}(G_n)$ $(n \in \mathbb{N})$. Zeigen Sie, dass dann die Funktion f entweder schlicht oder schon konstant auf G ist.

Aufgabe 2. Sei $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ eine Folge komplexer Zahlen, welche in $\hat{\mathbb{C}} := \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ konvergent gegen ein $a \in \hat{\mathbb{C}}$ ist. Zeigen Sie:

(a) Ist $a \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, so gilt $a_n G_n \to aG$ für $n \to \infty$.
(b) Ist $a = \infty$, so gilt $a_n G_n \to \mathbb{C}$ für $n \to \infty$.
(c) Ist $a = 0$, so hat die Folge $(a_n G_n)_{n=1}^{\infty}$ keinen Kern.

Aufgabe* 3. Sei ϕ eine Möbiustransformation der Gestalt $\phi(z) = \frac{az}{cz+d}$ mit $ad \neq 0$. Zeigen Sie:

(a) $\phi(G) = \ker\big(\phi(G_n)\big)_{n=1}^{\infty}$.
(b) Gilt $G_n \to G$ für $n \to \infty$, so gilt auch $\phi(G_n) \to \phi(G)$ für $n \to \infty$.

Abgabetermin: Mittwoch, 24.06.2009, vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ss09/geom-ft/uebungen.html`