UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Übungen zur Vorlesung
Geometrische Funktionentheorie (SS 2009)
Blatt 13

Aufgabe 1. Sei k_0 die Koebefunktion

$$k_0(z) = \frac{z}{(1-z)^2} \qquad (z \in \mathbb{D}).$$

und sei f die durch

$$f(z,t) := e^t k_0(z) = \frac{e^t z}{(1-z)^2} \qquad (z \in \mathbb{D}, t \geq 0)$$

definierte Loewnerkette (vergl. Beispiel 4.2 der Vorlesung). Geben Sie die zu f gehörige Übergangsfunktion ϕ an.

Aufgabe 2. Sei ϕ die Übergangsfunktion zu einer Loewnerkette f. Zeigen Sie, dass für alle $z \in \mathbb{D}$ und alle $s, t \geq 0$ mit $s \leq t$ die folgenden Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $e^{s-t}\dfrac{1-|z|}{(1+|z|)^3} \leq |\phi'(z,s,t)| \leq e^{s-t}\dfrac{1+|z|}{(1-|z|)^3}$.

(b) $e^{s-t}\dfrac{|z|}{(1+|z|)^2} \leq |\phi(z,s,t)| \leq e^{s-t}\dfrac{|z|}{(1-|z|)^2}$.

Aufgabe* 3. Sei ϕ die Übergangsfunktion zu einer Loewnerkette f. Zeigen Sie mit Hilfe von Aufgabe 2 und analog zum Beweis von Lemma 4.16 der Vorlesung, dass für alle $z \in \mathbb{D}$ und alle $s, t, u \geq 0$ mit $s \leq t \leq$ die folgende Ungleichung gilt:

$$|\phi(z,t,u) - \phi(z,s,u)| \leq \frac{8|z|}{(1-|z|)^4}(1 - e^{s-t}).$$

Abgabetermin: Mittwoch, 22.07.2009, vor der Vorlesung.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter
`http://www.math.uni-sb.de/~ag/albrecht/ss09/geom-ft/uebungen.html`