UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht
Dipl.-Math. Natalie Didas

Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II

Sommersemester 2009

Blatt 2

Abgabe: Freitag, 08.05.2009, vor der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei K ein kompakter Hausdorffraum und sei $X = C(K)$ versehen mit der Supremumsnorm $\|\cdot\|_K$. Für alle $a \in C(K)$ sei M_a der Multiplikationsoperator mit a. Zeigen Sie, dass M_a die eindeutige Fortsetzungseigenschaft EFE hat und es gilt:

(a) Für alle $f \in C(K)$ gilt: $\sigma_{M_a}(f) = a(\operatorname{supp} f)$.

(b) Für alle $F = \overline{F} \subseteq \mathbb{C}$ ist $X_{M_a}(F) = \{f \in X \mid \operatorname{supp} f \subseteq a^{-1}(F)\}$.

Aufgabe 2

Sei X ein Banachraum, $T \in \mathcal{L}(X)$, $x \in X$ und $U \subseteq \mathbb{C}$ offen. Betrachten Sie eine holomorphe Funktion $f : U \to X$ mit $(\xi - T)f(\xi) = x$ für alle $\xi \in U$. Zeigen Sie, dass dann $U \subseteq \rho_T(f(\lambda))$ für alle $\lambda \in U$ gilt. Ausserdem ist $\sigma_T(x) = \sigma_T(f(\lambda))$ für alle $\lambda \in U$.

Aufgabe 3*

Sei X ein Banachraum und $T \in \mathcal{L}(X)$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

(i) T hat die eindeutige Fortsetzungseigenschaft EFE.

(ii) $\widetilde{X}_T(\emptyset) = \{0\}$, wobei wir für $F \subseteq \mathbb{C}$ definieren $\widetilde{X}_T(F) := \{x \in X \mid \sigma_T(x) \subseteq F\}$.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html`