



Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II
Sommersemester 2009

Blatt 5

Abgabe: Freitag, 29.05.2009, vor der Vorlesung

Gegeben sei ein kommutatives Diagramm von Vektorräumen und linearen Abbildungen mit exakten Zeilen.

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & \longrightarrow & E_1 & \xrightarrow{\alpha} & E_2 & \xrightarrow{\beta} & E_3 & \longrightarrow & 0 \\ & & T_1 \downarrow & & T_2 \downarrow & & T_3 \downarrow & & \\ 0 & \longrightarrow & E_1 & \xrightarrow{\alpha} & E_2 & \xrightarrow{\beta} & E_3 & \longrightarrow & 0 \end{array}$$

Aufgabe 1

Zeigen Sie:

- (a) Sind T_1 und T_3 injektiv, so auch T_2 .
 - (b) Sind T_1 und T_3 surjektiv, so auch T_2 .
-

Aufgabe 2*

Zeigen Sie, dass für alle $j \in \{1, 2, 3\}$ gilt: Sind die Operatoren T_k für $k \in \{1, 2, 3\} \setminus \{j\}$ bijektiv, so ist auch T_j bijektiv.

Aufgabe 3

Sind in dem Diagramm alle Räume Banachräume über $\mathbb{C}$ und sind $\alpha, \beta, T_1, T_2, T_3$ stetig, so gilt: Das Spektrum eines jeden der drei Operatoren T_1, T_2, T_3 ist enthalten in der Vereinigung der Spektren der beiden anderen.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html