UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht
Dipl.-Math. Natalie Didas

Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II

Sommersemester 2009

Blatt 6

Abgabe: Freitag, 05.06.2009, vor der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei X ein Banachraum, $T \in \mathcal{L}(X)$ und $Y \in \text{Lat }(T)$. Weiter sei $\widehat{\sigma(T)} = \mathbb{C} \setminus \Omega_0$ und Ω_0 die unbeschränkte Zusammenhangskomponente von $\mathbb{C} \setminus \sigma(T)$. Ferner bezeichne $\widetilde{T}$ den zu T auf X/Y induzierten stetig linearen Operator. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $\sigma(T \mid Y) \subset \widehat{\sigma(T)}$.

(b) $\sigma(\widetilde{T}, X/Y) \subset \widehat{\sigma(T)}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass für das Linksspektrum $\sigma_L(T)$ und das Rechtsspektrum $\sigma_R(T)$ eines stetigen linearen Operators T auf einem Banachraum X die folgenden Aussagen gelten:

(a) $\sigma_L(T)$ und $\sigma_R(T)$ sind kompakt.

(b) $\sigma_L(T) = \sigma_{R_T}(1)$ und $\sigma_R(T) = \sigma_{L_T}(1)$, wobei $L_T, R_T \in \mathcal{L}(\mathcal{L}(X))$ definiert sind durch

$$L_T A = TA \quad \text{und} \quad R_T A = AT$$

für alle $A \in \mathcal{L}(X)$.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html`