



Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II
Sommersemester 2009

Blatt 8

Abgabe: Freitag, 19.06.2009, vor der Vorlesung

Seien X, Y Banachräume, $S \in \mathcal{L}(X)$ und $T \in \mathcal{L}(Y)$. Wir definieren die Operatoren $L(T), R(T)$ und $C(T, S) \in \mathcal{L}(\mathcal{L}(X, Y))$ durch

$$L(T)A := TA, \quad R(S)A := AS \quad C(T, S)A := TA - AS$$

für alle $A \in \mathcal{L}(X, Y)$.

Aufgabe 1

Zeigen Sie folgende Aussagen:

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $A \in \mathcal{L}(X, Y)$ gilt:

$$C(T, S)^n(A) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k T^{n-k} A S^k.$$

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $z \in \mathbb{C}$ gilt:

$$C(T - z, S - z)^n = C(T, S)^n \quad \text{und} \quad C(z - T, z - S)^n = (-1)^n C(T, S)^n.$$

Aufgabe 2

Seien X, Y Banachräume, $N_1 \in \mathcal{L}(X)$ und $N_2 \in \mathcal{L}(Y)$ mit $N_j^k = 0$ für $k > n_j$ und $j = 1, 2$. Zeigen Sie, dass

$$C(N_2, N_1)^k A = 0$$

für alle $A \in \mathcal{L}(X, Y)$ und hinreichend großes $k > k_0$ aus $\mathbb{N}$ gilt. Geben Sie eine Abschätzung für k_0 an.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html