UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht
Dipl.-Math. Natalie Didas

Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II

Sommersemester 2009

Blatt 9

Abgabe: Freitag, 26.06.2009, vor der Vorlesung

Wir bezeichnen mit $\mathbb{D}$ die offene Einheitskreisscheibe in $\mathbb{C}$ und definieren den Operator $T : L^2(\mathbb{D}) \oplus L^2(\mathbb{D}) \to L^2(\mathbb{D}) \oplus L^2(\mathbb{D})$ durch

$$T(f, g) = \mathrm{id}_{\mathbb{D}}\,(f, g)$$

für alle $(f, g) \in L^2(\mathbb{D}) \oplus L^2(\mathbb{D})$, wobei $\mathrm{id}_{\mathbb{D}}$ die Identität auf $\mathbb{D}$ ist. Weiter sei der Raum H definiert durch

$$H = \overline{\left\{ \left(\varphi, \frac{\partial}{\partial \overline{z}} \right) \mid \varphi \in C_c^1(\mathbb{D}) \right\}}^{L^2(\mathbb{D}) \oplus L^2(\mathbb{D})}.$$

Ferner definieren wir den Operator S als Einschränkung von T auf dem Raum H, d.h.

$$S = T\,|_H \in \mathcal{L}(H).$$

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass S verallgemeinert skalar ist.

Aufgabe 2
Berechnen Sie die spektrale Kapazität.

Aufgabe 3*
Zeigen Sie, dass S nicht normal ist.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html`