



Übungen zur Vorlesung
Lokale Methoden in der Spektraltheorie II
Sommersemester 2009

Blatt 11

Abgabe: Freitag, 10.07.2009, vor der Vorlesung

Wir bezeichnen mit $\overline{\mathbb{D}}$ die abgeschlossene Einheitskreisscheibe in $\mathbb{C}$ und definieren den Operator $T : C(\overline{\mathbb{D}}) \oplus C^1(\overline{\mathbb{D}}) \rightarrow C(\overline{\mathbb{D}}) \oplus C^1(\overline{\mathbb{D}})$ durch

$$T(f, g) = \left(z f + z \frac{\partial g}{\partial \bar{z}}, z g \right)$$

für alle $(f, g) \in C(\overline{\mathbb{D}}) \oplus C^1(\overline{\mathbb{D}})$, wobei z die Identität auf $\overline{\mathbb{D}}$ ist.

Aufgabe 1

- (a) Zeigen Sie, dass T zerlegbar ist.
 - (b) Berechnen Sie die spektrale Kapazität.
-

Aufgabe 2

Sei für $a, b_1, b_2 \in C(\overline{\mathbb{D}})$ und $c \in C^1(\overline{\mathbb{D}})$ der Operator A definiert durch

$$A = \begin{bmatrix} a & b_1 \frac{\partial}{\partial z} + b_2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} + b_3 \\ 0 & c \end{bmatrix}.$$

Weiter sei S definiert durch

$$S = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|C(T, S)^n A\|^{\frac{1}{n}} = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \|C(S, T)^n A\|^{\frac{1}{n}} = 0.$$

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ss09/spektral/spektral-ueb.html