UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie (WS 2006/07)
Blatt 12

Aufgabe 1. Gegeben sei eine zerfallende Population mit Zerfallskonstante $a < 0$.

(a) Es liegt zusätzlich konstante Abwanderung $b < 0$ vor, so daß die Population $y(t)$ zunächst der Differentialgleichung

$$y' = ay + b$$

genügt. Die Population zur Zeit $t = t_0$ sei $y(t_0) = y_0 > 0$. Wann ist diese Population ausgestorben?

(b) Es liege nun konstante Zuwanderung $b > 0$ vor. Was können Sie jetzt über die Entwicklung der Population bei einer Anfangspopulation $y(t_0) = y_0 > 0$ aussagen? Was passiert für $t \to \infty$? Unter welchen Bedingungen ist die Population streng monoton wachsend bzw. streng monoton abnehmend bzw. konstant?

Aufgabe 2. Einer Bakterienkultur mit der Wachstumskonstante $a > 0$ werde ein Giftstoff zugesetzt. Die hierdurch verursachte momentane Abnahme zur Zeit t sei proportional zu t und $y(t)$, so daß sich die Differentialgleichung

$$y' = ay - bty$$

mit einer Konstanten $b > 0$ ergibt. Geben Sie die Lösung $t \mapsto y(t)$ der Differentialgleichung mit $y(t_0) = y_0 > 0$ an. Wachsen die Bakterien unbegrenzt oder sterben sie zu einem Zeitpunkt $t_1 > t_0$ aus?

Aufgabe 3. Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y' = y + e^x$ an.

Aufgabe* 4. Geben Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' = y + \frac{e^x}{x}$ mit $y(1) = 1$ an.

Abgabe: Mittwoch, 24.01.2007 von 14:00 bis 14:10 Uhr im Hörsaal der Vorlesung oder bis 14:10 Uhr in dem mit *Mathe für Biologen WS 06/07* gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes der Mathematik (Gebäude E 2 5).
Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html`.