UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie (WS 2006/07)
Blatt 15

Dieses Aufgabenblatt dient zur Wiederholung des behandelten Stoffs und damit zur Klausurvorbereitung. Es wird nicht mehr abgegeben. Eine Lösung der Aufgaben wird noch ins Netz gestellt.

Aufgabe 1. Wie lautet die allgemeine Lösung der Differenzengleichung

$$x_{n+2} = 5x_{n+1} - 4x_n \,.$$

Gibt es Lösungen, die gegen einen Grenzwert $c \in \mathbb{R}$ konvergieren?

Aufgabe 2. Untersuchen Sie die unendlichen Reihen

$$\textbf{(a)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(\ln(2007))^n \,, \qquad\qquad \textbf{(b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{n^{2007}}$$

auf Konvergenz und geben Sie im Konvergenzfall ihren Grenzwert an.

Aufgabe 3. Welche der folgenden Funktionen besitzt eine differenzierbare Umkehrfunktion?

$$\textbf{(a)} \quad x \mapsto \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \quad \text{auf } (0, \pi)\,,$$

$$\textbf{(b)} \quad x \mapsto \coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)} \quad \text{auf } (0, \infty)\,,$$

$$\textbf{(c)} \quad x \mapsto f(x) := x^3 + 3x^2 + 2007 \quad \text{auf } \mathbb{R}\,,$$

$$\textbf{(d)} \quad x \mapsto g(x) := x^2 + 2007x \quad \text{auf } (0, \infty)\,.$$

Berechnen Sie im Existenzfall deren Ableitung.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = \frac{1+x}{1+y}\,, \qquad\qquad y(0) = 1.$$

Aufgabe 5. Wie lauten die Lösungen der Differentialgleichung

$$\frac{1}{4}y'' - y' + y = 1\,?$$

Hinweis: Eine Lösung der Differentialgleichung ist konstant.

Aufgabe 6. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 2 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 &= 1 \\ 2x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 2x_4 &= 2\,. \end{aligned}$$

Aufgabe 7. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit Hilfe der Gauß-Elimination

$$\begin{aligned} x + y + z &= b_1 \\ 2x + 4y + 8z &= b_2 \\ 3x - 9y + 27z &= b_3 \,. \end{aligned}$$

Für folgende rechte Seiten:

$$\textbf{(a)} \quad \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{(b)} \quad \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie dabei jeweils genau an, welche Umformungen Sie vornehmen.

Die Übungsblätter und Lösungen finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html`.