UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 - MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst Albrecht

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramts Chemie (WS 2006/07)
Blatt 2

Aufgabe 1. (a) Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen und geben Sie das Ergebnis in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

$$\textbf{(i)} \quad (5 - i) + (8 - 3i), \qquad \textbf{(ii)} \quad \frac{1+i}{1-i}, \qquad \textbf{(iii)} \quad (1 + 2i)(3 + 4i).$$

(b) Berechnen Sie

$$\textbf{(i)} \quad \overline{8 - 3i}, \qquad \textbf{(ii)} \quad \left|\frac{1+i}{1-i}\right|, \qquad \textbf{(iii)} \quad (1 + 2i)\overline{(3 + 4i)}.$$

Aufgabe 2. Geben Sie alle Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen an:

(a) $2z^2 + 4z + 5 = 0$.
(b) $z^2 + 2iz - 1 = 0$.
(c) $2z^2 + 2iz + 4i = 0$.

Aufgabe 3. Das *arithmetische Mittel* $A(x, y)$, das *geometrische Mittel* $G(x, y)$ und das *harmonische Mittel* $H(x, y)$ zweier positiver Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ sind definiert durch

$$A(x, y) := \frac{x + y}{2}, \qquad G(x, y) := \sqrt{xy}\,, \qquad H(x, y) := \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = A\big(x^{-1}, y^{-1}\big)^{-1}.$$

Eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ positiver Zahlen heißt

- *arithmetische Folge*, falls $a_{n+1} = A(a_{n+2}, a_n)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.
- *geometrische Folge*, falls $a_{n+1} = G(a_{n+2}, a_n)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.
- *harmonische Folge*, falls $a_{n+1} = H(a_{n+2}, a_n)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

(a) Zeigen Sie für alle $x, y > 0$, die Gültigkeit der Ungleichungen

$$H(x, y) \le G(x, y) \le A(x, y).$$

(b) Geben Sie alle arithmetischen Folgen an.
Hinweis: Nach Definition gilt für alle $n \in \mathbb{N}_0$: $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_{n+2} + a_n)$. Lösen Sie diese Differenzengleichung.

Aufgabe* 4. Sei $(F_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ die Folge der Fibonaccizahlen. Berechnen Sie $F_{n+1}^2 - F_n F_{n+2}$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

*Mit einem Stern * versehene Aufgaben zählen nicht zu den zu bearbeitenden Aufgaben. Durch ihre Bearbeitung kann man seinen Übungspunktestand verbessern.*

Abgabe: Donnerstag, 2.11.2006 bis 11:10 Uhr in dem mit *Mathe für Biologen WS 06/07* gekennzeichneten Briefkasten am unteren Eingang des Hörsaalgebäudes der Mathematik (Gebäude E 2 5).

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

`www.math.uni-sb.de/~ag-albrecht/ws06_07/MfB-LA-C/MBLAC-ueb.html`.

Die Anmeldung zu den Übungen ist nur noch bis zum 1. November möglich!